Autoreferat *albo* omówienie prac stanowiących rozprawę habilitacyjną

Światosawa Romana Gala

Prace stanowiące rozprawę habilitacyjną wyróżniono w spisie literatury, znajdującym się na końcu, literą H.

Głównym obiektem badań rozprawy habilitacyjnej są grupy hamiltonowskich dyfeomorfizmów a także inne podobne podgrupy grup homeomorfizmów, np. grupy homeomorfizmów rozmaitości zachowujących dodatkową strukturę, na przykład wyróżnioną klasę pierwszych kohomologii.

Jeden z kierunków badań ([H1, H6]) dotyczy konstrukcji klas kohomologii (klas charakterystycznych) i badania ich własności. Drugi ([H2, H5, H4]), dotyczy badania własności skończenie generowanych podgrup w takich grupach. W tej części kocykle na grupach użyte są w celu wskazania, że pewne abstrakcyjnie zdefiniowane skończenie generowalne grupy nie mogą pojawić się jako podgrupy.

Pokazujemy również inne zastosowania studiowanych kocykli.

Twierdzenie Polterowicza, którego alternatywne dowody podajemy w [H2] oraz [H5] wiąże własności działania (hamiltonowskość) z wewnętrznymi metrycznymi własnościami grupy (niezdystorsowanie względem metryki słów). Żadna metryka na grupie hamiltonowskich dyfeomorfizmów nie jest rozważana.

Jednako, grupy przekształceń takie jak grupy hamltonowskich dyfeomorfizmów niosą naturalne metryki (np. metrykę Hofera czy metryki fragmentacyjne). Prowadzi to do naturalnego pytania o metryczne własności skończenie generowalnych podgrup, to znaczy porównania metryki słów do obejmującej metryki.

Często (jak w przypadku wyżej wymienionych metryk) metryki naturalnie zdefiniowane na grupach przekształceń są niezmiennicze zarówno na lewe jak i prawe przesunięcia. Tej własności nie mają metryki słów (chyba, że grupa jest wirtualnie abelowa). Należy zatem rozważać grupy skończenie *normalnie* generowalne i metryki słów zadane przez wszystkie sprzężenia tych generatorów. Takie podejście jest zawarte w pacy [H3].

Podstawowe pojęcia

Będziemy zakładać, że X oznacza zwartą zamkniętą rozmaitość.

Niech (X, σ) będzie rozmaitością symplektyczną, to znaczy gładką rozmaitością X wyposażoną w niezdegenerowaną zamkniętą dwu-formę σ. Przez $\mathrm{Symp}(X, \sigma)$ będziemy oznaczać grupę dyfeomorfizmów zachowujących formę σ.

Powiemy, że dyfeomorfizm ϕ rozmaitości X jest **hamiltonowski** jeśli istnieje taka gładka funkcja $H\colon [0,1] \times X \to \mathbf{R}$ (oznaczana $(t,x) \mapsto H_t(x)$) i taka rodzina dyfeomorfizmów $\{\phi_t\}_{0\leq t\leq 1}$, że ϕ_0 jest identycznością, $\phi_1 = \phi$ oraz if $\dot\phi_t = \phi_t^* X_t$ i $\sigma(X_t, \cdot) = dH_t$. Zależna od czasu funkcja H na X nazywa się **hamiltonianem**. Pole wektorowe X_t zadaje hamiltonian z dokładnością do stałej. Grupę hamiltonowskich dyfeomorfizmów możemy traktować jak nieskończenie wymiarową grupę Liego z algebrą Liego utożsamioną z $C^\infty(X)/\mathbf{R}$.

Symplektyczne konfiguracje ([H1])

Załóżmy, że σ jest *całkowita* (tzn. że całka z σ po dowolnym dwu-cyklu jest liczbą całkowitą). Załóżmy ponadto, dla prostoty, że grupa $H_1(X, \mathbf{Z})$ nie posiada torsji.

Niech $(X, \sigma) \to E \to B$ będzie symplektycznym rozwłóknieniem (tzn. rozwłóknieniem z grupą strukturalną $\mathrm{Symp}(X, \sigma)$. Załóżmy, że istnieje odwzorowanie $f\colon E \to (W, \omega)$, gdzie przeciwdziedzina jest również symplektyczną rozmaitością oraz f ograniczone do dowolnego włókna jest symplektyczne (tzn. cofa ω do σ). Takie rozwłóknienie nazwiemy *konfiguracją symplektyczną* (ponieważ B parametryzuje kopie (X, σ) w (W, ω)).

Rozważmy przestrzeń $\mathrm{Symp}(X, W)$ symplektycznych włożeń $f\colon (X, \sigma) \to (W, \omega)$. Grupa symplektycznych dyfeomorfizmów źródła działa wolno na tej przestrzeni a iloraz oznaczamy B_W.

Koneksje (przesunięcia równoległe) na wiązkach symplektycznych z włóknem (X, σ) są we wzajemnej odpowiedniości z *wertykalnie zamkniętymi* rozszerzeniami Ω formy σ. Wśród nich szczególną rolę spełniają zamknięte rozszerzenia. Zostały one wprowadzone pod nazwą *formy sprzęgającej* w pracy [4]. Całki po włóknie z potęg formy sprzęgającej zadają ciąg klas charakterystycznych [8]. Przykłady rozwłóknień dopuszczających formę sprzęgającą stanowią rozwłóknienia z grupą strukturalną zawartą w grupie hamiltonowskich dyfeomorfizmów.

Nasz pierwszy wynik jest bezpośrednią analogią twierdzenia Narasimhana i Ramanana, które mówi, że każda wiązka wektorowa z afiniczną koneksją dopuszcza takie odwzorowanie z bazy w grassmanian, że rozpatrywana wiązka *wraz z koneksją* jest cofnięciem kanonicznej wiązki nad grassmanianem wraz z jej naturalną koneksją.

Dowodzimy, że dla każdej zamkniętej formy koneksji Ω (o całkowitych periodach można znaleźć odwzorowania $f\colon (E, \Omega) \to (\mathbf{CP}^\infty, \omega_{FS})$ (tzn. $f^*\omega_{FS} = \Omega$), gdzie ω_{FS} jest formą syplektyczną Fubiniego-Studiego (tzn. unitarnie niezmienniczą formą), innymi słowy istnieje na E struktura symplektycznych konfiguracji. W szczególności rozwłóknienie symplektyczne jest konfiguracją wtedy i tylko wtedy gdy dopuszcza ono zamkniętą formę koneksji.

Będziemy pisać $\mathrm{Б}\,\mathrm{Ham}(X, \sigma)$ zamiast $\mathrm{Б}_{\mathbf{CP}^\infty}$ ($\mathbf{CP}^\infty$ jest „uniwersalną" obejmującą przestrzenią dla konfiguracji). Możemy przeformułować definicję konfiguracji w następujący sposób. Rozwłóknienie symplektyczne E jest konfiguracją wtedy i tylko gdy odwzorowanie klasyfikujące $B \to \mathrm{B}\,\mathrm{Symp}(X, \sigma)$ tak faktoryzuje się przez $B \to \mathrm{Б}\,\mathrm{Ham}(X, \sigma)$, że E jest cofnięciem kanonicznej konfiguracji nad $\mathrm{Б}\,\mathrm{Ham}(X, \sigma)$

Drugi wynik odpowiada na pytanie zadane przez McDuff w [9], pracy, która była pisana równolegle z naszą. Pytania postawione przez McDuff w prywatnej wymianie korespondencji elektronicznej stanowiły dużą inspirację dla naszych badań. W szczególności pytała ona o istnienie takiej maksymalnej podgrupy $\mathrm{Ham}^s(X, \sigma)$, że, w naszej terminologii, każde rozwłóknienie z grupą strukturalną $\mathrm{Ham}^s(X, \sigma)$ jest konfiguracją.

Zamknięta forma koneksji na uniwersalnej symplektycznej konfiguracji nad $\mathrm{Б}\,\mathrm{Ham}(X, \sigma)$ definiuje uniwersalną grupę holonomii $\mathcal{D} < \mathrm{Symp}(X, \sigma)$. Dowiedliśmy, że $\mathcal{D}$ jest grupą $\mathrm{Ham}^s(X, \sigma)$, o którą pytała McDuff. Udowodniliśmy ponadto, że

- $\mathrm{Б}\,\mathrm{Ham}(X, \sigma)$ jest przestrzenią klasyfikującą dla kanonicznego rozszerzenia $\mathcal{G}$ grupy $\mathrm{Symp}(X, \sigma)$ przez grupę cechowania $\mathrm{Map}(X, U(1))$,
- następujące stwierdzenia są równoważne
  - rozwłóknienie symplektyczne dopuszcza zamkniętą formę koneksji.
  - grupa strukturalna podnosi się do $\mathcal{G}$,
  - grupa strukturalna redukuje się do $\mathcal{D}$.

Klasy charakterystyczne Reznikowa ([H6])

W [12] Reznkow definiuje klasy charakterystyczne grupy hamiltonowskich dyfeomorfizmów zamkniętej symplektycznej rozmaitości (X, σ) w niżej opisany sposób. Algebraiczna niezależność tych klas pozostaje otwartym pytaniem. Najbardziej ogólny znany wynik jest zawarty w pracy [H6]. Uogólnia on przypadek $X = \mathbf{CP}^n$ z formą Fubiniego-Studiego (wynik Reznikova) do orbit kodołączonych.

Jak wyjaśniliśmy, algebra Liego rozważanej grupy może być utożsamiona z hamiltonianami, które możemy znormalizować do średniej zero. W takiej sytuacji, na mocy zasady Cherna-Weila, niezmiennicze wielomiany na algebrze Liego zadają elementy w kohomologiach grupowych (tzn. klay charakterystyczne). Reznikow zauważa, że wyższe momenty hamltonianów są takimi niezmienniczymi wielomianami. Stowarzyszone klasy charakterystyczne oznaczymy przez μ_k.

Równoważna definicja może być podana przy pomocy formy sprzęgającej. Uniwersalne rozwłóknienie $X \to E \to \mathrm{B}\,\mathrm{Ham}(X, \sigma)$ dopuszcza formę sprzęającą Ω. Wtedy $\binom{n+k}{k}\mu_k = [\pi_! \Omega^{n+k}]$, gdzie $2n = \dim X$ oraz $\pi_!$ oznacza całkowanie po włóknie.

Reznikow dowodzi, że dla $X = \mathbf{CP}^n$ klasy $\mu_k \in H^{2k}(\mathrm{B}\,\mathrm{Ham}(\mathbf{CP}^n, \omega))$ (gdzie ω jest formą Fubiniego-Studiego, oraz $2 \leq k \leq n$) są algebraicznie niezależne w ten sposób, że pokazuje on, że ich obrazy względem odwzorowania $H^*(\mathrm{B}\,\mathrm{Ham}(\mathbf{CP}^n, \omega)) \to H^*(\mathrm{B}\,U(n+1))$ są (multyplikatywnymi) generatorami (wiadomo, że ta ostatnia algebra jest algebrą wielomianów). Pisze on ponadto, że prawdopodobnie to samo jest prawdą dla dowolnej prostej zwartej grupy Liego oraz jej kodołączonej orbity.

W [H6] pokazujemy, że przypuszczenie to jest *generycznie* prawdziwe, tzn. dla każdej prostej grupy Liego G (w przypadku $G = SO(4k)$ formułowanie wymaga pewnego uściślenia) zbiór $U \subset \mathfrak{g}^\vee$ tych kowektorów $\xi \in \mathfrak{g}^\vee$, że klasy Reznikowa dla X będącego kodołączoną orbitą $G\xi$ wraz z formą Kiryłowa-Kostanta-Souriau σ orowują się na generatory $H^*(BG)$ stanowi otwarty niepusty zbiór Zariskiego. W szczególności dla $\xi \in U$ odwzorowanie $H^*(B\,\mathrm{Ham}(G.\xi, \omega)) \to H^*(BG)$ jest suriekcją.

Pokazujemy ponadto, że jeśli $H^{4k+2}(G) \neq 0$ (załóżmy, że k jest najmniejszą taką liczbą całkowitą) to istnieje pewna kodołączona orbita o tej własności, że μ_{2k+1} jest odwzorowywane na zero w $H^{4k+2}(G)$. Innymi słowy, zazwyczaj U jest właściwym podzbiorem $\mathfrak{g}^\vee$.

Dowód składa się z dwu części. Najpierw zauważamy, że obrazy μ_k w $H^{2k}(BG)$ zależą wielomianowo od kowektora zadającego badaną orbitę kodołączoną. Z samej tej obserwacja wnioskujemy, że oryginalny rezultat Reznikowa dla przestrzeni rzutowych dowodzi algebraicznej niezależności dla *rozmaitości flag* z generyczną (wśród unitarnie niezmienniczych) formą symplektyczną. Dowodzi też, że przypuszczenie Reznikowa nie jest prawdziwe dla *wszystkich* orbit kodołączonych (skoro każdy wielomian nieparzystego stopnia ma rzeczywisty pierwiastek). Te obserwacje poczyniłem jeszcze w 2005 r.

W 2006 r. Jarek Kędra znalazł alternatywny argument dla generycznej formy na rozmaitości flag dla grupy unitarnej (niezależny od rachunku Reznikowa). W 2010 to podejście zostało awansowane do wszystkich prostych zwartych grup Liego przez Jarka Kędrę i Aleksa Tralle.

Wokół dowodu twierdzenia Polterowicza ([H2, H5, H4])

Mówimy, że X jest **symplekycznie asferyczna** jeżeli cofnięcie formy symplektycznej do nakrycia uniwersalnego $\widetilde{X}$ jest formą dokładną. Symbolem σ będziemy oznaczać zarówn formę na X jak i cofnięcie do $\widetilde{X}$.

Mówimy, że syplektycznie asferyczna rozmaitość jest **symplektycznie hiperboliczna** jeśli istnieje pierwotna dla σ na $\widetilde{X}$ która jest ograniczonym cięciem wiązki kostycznej do $\widetilde{X}$ względem pewnej (stąd dowolnej) metryki cofniętej z X.

Klasa symplektycznie hiperbilicznych rozmaitości zawiera lokalnie symetryczne przestrzenie hermitowskiego typu (w szczególności powierzchnie genusu przynajmniej dwa) i jest zamknięta na produkty kartezjańskie.

Mówimy, że punkt stały x dyfeomorfizm hamiltonowskiego ϕ jest **ściągalny** jeśli $t \mapsto \phi_t(x)$ jest ściągalną pętlą dla pewnej (stad dowolnej) izotopii $\{\phi_t\}$ z $\phi_0 = \mathrm{id}$, $\phi_1 = \phi$.

Niech Γ będzie skończenie generowalną grupą. Niech $\|\cdot\|$ oznacza merykę słów. Dla elementu $g \in \Gamma$ definiujemy **stabilną długość** g jako

$$\lim_{n\to\infty} \frac{\|g^n\|}{n}.$$

Jeżeli stabilna długość g jest niezerowa to mówimy, że g jest niezdystorsowane.

W [H2] oraz [H5] podajemy alternatywne dowody nastepującego twierdzenia.

Twierdzenie (Polterowicz 2001 [11]). *Niech* (X, σ) *będzie zamkniętą symplektycznie hiperoliczną rozmaitością. Jeśli* Γ *jest grupą generowaną przez skończenie wiele hamoltonowskich dyfeomorfizmów* (X, σ) *to dowolny nietrywialny element* Γ *jest niezdystorsowany (w* Γ*).*

Zarówno oryginalny dowód Polterowicza jak i nasz opierają się na trudnym analitycznym fakcie udowodnionym przez Macieja Schwarza.

Twierdzenie (Schwarz 2000 [13]). *Niech* (X, σ) *będzie zamknięta symplektycznie asferyczną rozmaitością. Wtedy dla każdego nietrywialnego hamiltonowskiego dyfeomorfizmu* ϕ *istnieją takie dwa ściągalne punkty stałe* x *oraz* y*, że całka z formy symplektycznej po dysku ograniczonym przez* γ *oraz* $\phi(\gamma)$*, gdzie* γ *jest krzywą łączącą* x *oraz* y*, nie znika.*

Polterowicz, w swoim oryginalnym dowodzie ([11]) używa powyższego rezultatu do studiowania pewnego floerowskiego funkcjonału na przestrzeni pętli w X. W naszym podejściu ([H2]) badamy odwzorowanie na grupie hamiltonowskich dyfeomorfizmów

$$\mathcal{K}\colon \mathrm{Ham}(\widetilde{X}, \sigma) \to C(\widetilde{X})/\mathbf{R}.$$

zdefiniowane następująco. Niech α będzie pierwotną cofnięcia σ. Wtedy $\mathcal{K}(\phi)$ jest zdefiniowana jako pierwotna formy $\alpha \circ \phi - \alpha$. Bezpośrednim rachunkiem sprawdzamy, że jest to jedno-kocykl, tzn.

$$\mathcal{K}(\phi\psi) = \mathcal{K}(\phi) \circ \psi + \mathcal{K}(\psi).$$

Kocykl ten, dla X będącego dwu-dyskiem, pojawia się już w pracach Gambaudo i Ghysa [3] oraz Arnolda i Chesina [1].

Zauważmy, że istnieje wyróżnione podniesienie grupy hamiltonowskich dyfeomorfizmów X do grupy dyfeomorfizmów $\widetilde{X}$. W rzeczywistości, rezultat Lalonde'a mówi, że konec hamiltonowskiej izotopii nie zależy od wyboru izotopii. W szczególności możemy ograniczyć $\mathcal{K}$ od odwzorowania $\mathcal{K}\colon \mathrm{Ham}(X, \sigma) \to C(\widetilde{X})/\mathbf{R}$

Dowodzimy, że jeśli (X, σ) jest symplektycznie hiperboliczna (założenie to czyni również Polterowicz), to obraz $\mathcal{K}$ składa się z ograniczonych funkcji, tzn. leży w unormowanej przestrzeni liniowej (norma to różnica między największą i najmniejszą wartością). Pozwala to za zastosowanie kluczowego lematu naszej pracy.

Lemat. *Niech Γ będzie skończenie generowalną grupą. Niech $\mathcal{K}\colon \Gamma \to V$ będzie kocyklem o wartościach w unormowanym Γ-module. Lech g będzie elementem Γ oraz niech $P\colon V \to \mathbf{R}$ będzie g-niezmienniczym (ograniczonym) liniowym funkcjonałem. Jeśli $P(\mathcal{K}(g)) \neq 0$ to g jest niezdystorsowany względem metryki słów na Γ.*

Funkcjonał, którego używamy to $f \mapsto f(y) - f(x)$, gdzie x oraz y to punkty stałe g, których istnienie gwarantuje twierdzenie Schwartza.

Interesującym faktem jest, że podobny kocykl pojawia się w pracy Krzysztofa Novaka dotyczącej zupełnie innej grupy. Ciekawe jest to, że obie prace, całkowicie niezależnie zostały wysłane do druku, w odstępie miesiąca, na jesieni 2008 r.

Twierdzenie (Novak 2009 [10]). *Niech Γ będzie grupą generowaną przez skończenie wiele przekładań odcinka. Wtedy każdy element niekończonego rzędu w Γ jest niezdystorsowany.*

W kolejnej pracy [H5] zadajemy pytanie czy kocykl zdefiniowany poprzednio może mieć wartości w funkcjach a nie funkcjach modulo stałe. Prowadzi to do rozpatrzenia krótkiego ciągu dokładnego

$$0 \to \mathbf{R} \to C(\widetilde{X}) \to C(\widetilde{X})/\mathbf{R} \to 0$$

oraz związanego z nim przez konstrukcję Bocksteina dwukocyklu

$$\mathfrak{G}(g, h) = \int_{x}^{hx} \alpha \circ g - \alpha,$$

gdzie α jest pierwotną cofnięcia σ do $\widetilde{X}$.

Kocykl ten zdefiniowany jest na grupie dyfeomorfizmów $\widetilde{X}$ zachowujących cofnięcie σ. Grupa ta zawiera zarówno $\mathrm{Ham}(X, \sigma)$, jak uzasadniono powyżej, oraz grupę podstawową $\pi_1(X)$.

W momencie pisania pracy nie byliśmy świadomi istnienia publikacji Ismagilova, Losika oraz Michora [6], którzy zdefiniowali ten kocykl i studiowali jego zależność od wyborów (puntu bazowego x oraz pierwotnej α). Zauważyli też oni, że w przypadku lokalnie symetrycznych rozmaitości hermitowskiego typu kocykl ten jest kohomologiczny z kocyklem Guichardeta-Wignera, w szczególności jego klasa kohomologii jest nietrywialna. Dowodzimy, że fakt ten jest prawdziwy dla dowolnej symplektycznie asferycznej rozmaitości (nie jest to restryktywne założenie, ponieważ symplektyczna asferyczność jest wymagana przez definicję kocyklu). Ponadto pokazujemy, że $[\mathfrak{G}]$odwzorowuje się na $[\sigma]$ przez odwzorowanie indukowane przez odwzorowanie klasyfikujące $X \to B\pi_1(X) \to B\,\mathrm{Ham}(\widehat{X}, \sigma)$. W szczególności, obcięcie kocyklu do $\pi_1(X)$ reprezentuje nietrywialne odwzorowanie. Podajemy też przykłady podgrup grupy symplektycznych dyfeomorfizmów $\widetilde{X}$ na których kocykl zadaje trywialną klasę. $\mathrm{Ham}(X, \sigma)$ jest jedną z nich, tym samym oryginalny kocykl $\mathcal{K}$ można zdefiniować jako odwzorowanie $\mathcal{K}\colon \mathrm{Ham}(X, \sigma) \to C(\widetilde{X})$.

W [H4] rozszerzamy definicje $\mathcal{K}$ oraz $\mathfrak{G}$ do przypadku działania grupy na rozmaitości M zachowującego wybraną klasę w pierwszych kohomologiach. Motywującym przykładem jest kocykl Eulera na grupie homeomorfizmów okręgu zachowujących orientację.

Uogólniamy pojęcie (homologicznej) nielsenowskiej równoważności punktów stałych homeomorfizmu do niezmienniczych miar. Dowodzimy, że odwzorowanie, które dopuszcza nierównoważne niezmiennicze miary jest niezdystorsowane (w dowolnej skończenie generowalnej grupie homomorfizmów jak wyżej, która go zawiera).

Przykładem odwzorowania spełniającego powyższe założenie jest homeomorfizm pierścienia, który działa na brzegowych okręgach z różnymi rotacjami. Niezmiennicze miary niesione przez te okręgi są nierównoważne.

Dwuniezmiennicze metryki na grupach ([H3])

Mówimy, że grupa Γ jest **skończenie normalnie generowalna** jeśli istnieje taki skończony pdzbiór $S \subset \Gamma$, że Γ jest generowana przez $\overline{S} := \{gsg^{-1} | g \in \Gamma, s \in S\}$. Łatwo zauważyć, że każda dwuniezmiennicza metryka jest lipschitzowska względem metryki słów zadanej przez $\overline{S}$. Wobec tego pewne pytania, np. o istnienie nieograniczonej dwuniezmienniczej metryki na danej grupie, lub czy element może być niezdystorsowany w pewnej dwuniezmienniczej metryce, są pytaniami o tę szczególną klasę metryk.

W [H3] badami ogólne własności dwuniezmienniczych metryk, wiążemy je z kwazimorfizmami czy długością komutatorową. Dowodzimy, że jeśli $\widehat{\Gamma}$ jest centralnym rozszerzeniem dowolnej grupy Γ przez gupę liczb całkowitych zadaną przez ograniczoną klasę w $H^2(\Gamma, \mathbf{Z})$ to $\widehat{\Gamma}$ jest nieograniczona (niesie nieogranczoną dwuniezmienniczą metrykę).

Dowodzimy również, że kraty w grupach Chevalleya wyższej rangi są ogranczone. Uogólnia to znany przypadek $\Gamma = \mathrm{Sl}(n, \mathbf{Z})$ dla $n \geq 3$. Niestety wynik ten nie jest zadawalający. Grupy Chevalleya stanowią tylko niewielką część, wyłącznie niejednostajnych krat. Z jednej strony żadne (niejednostajne ani jednostajne) kraty wyższej rangi nie dopuszczają kwazimorfizmów, a co za tym idzie nie umiemy skonstruować nieograniczonych dwuniezmienniczych metryk. Z drugiej, nie znamy odpowiednika ograniczonej generowalności dla jednostajnych krat, i nie umiemy pokazać, że są one ograniczone.

Badania te znalazły kontynuację w [2]. Podaliśmy efektywny algorytm na wyliczanie długości biniezmienniczej na grupie wolnej. Pokazaliśmy quasiisometryczne włożenie $\{0, 1\}^{\omega}$ z ℓ_1 normą w dwuniezmienniczy graf Cayleya nieabelowej grupy wolnej. Zbadadliśmy geometrię cyklicznych podgrup. Zaobserwowaliśmy, że dla wieliu klas grup podgrupy cykliczne są albo ograniczone albo wykrywane przez kwazimorfizmy. Nazwaliśmy tę własność bq-dychotomią i udowodniliśmy dla klas grup zdefiniowanych geometrycznie.

Literatura

[H1] Ś. R. Gal & J. Kędra, *Symplectic configurations*, Int. Math. Res. Not., (2006), Art. ID 46530, pp. 1–35.

[H2] ——, *A cocycle on the group of symplectic diffeomorphisms*, Adv. Geom., 11 (2011), pp. 73–88.

[H3] ——, *On bi-invariant word metrics*, J. Topol. Anal., 3 (2011), pp. 161–175.

[H4] ——, *On distortion in groups of homeomorphisms*, J. Mod. Dyn., 5 (2011), pp. 609–622.

[H5] ——, *A two-cocycle on the group of symplectic diffeomorphisms*, Math. Z., 271 (2012), pp. 693–706.

[H6] Ś. R. Gal, J. Kędra, & A. Tralle, *On the algebraic independence of Hamiltonian characteristic classes*, J. Symplectic Geom., 9 (2011), pp. 1–9.

[1] V. I. Arnold & B. A. Khesin, *Topological methods in hydrodynamics*, vol. 125 of Applied Mathematical Sciences, Springer-Verlag, New York, 1998.

[2] M. Brandenbursky, Ś. R. Gal, J. Kędra, and M. Marcinkowski, *The cancelation norm and the geometry of biinvariant word metrics*, to appear in Glasgow Mathematical Journal, arXiv:1310.292.

[3] J.-M. Gambaudo & É. Ghys, *Enlacements asymptotiques*, Topology, 36 (1997), pp. 1355–1379.

[4] V. Guillemin, E. Lerman, & S. Sternberg, *Symplectic fibrations and multiplicity diagrams*, Cambridge University Press, Cambridge, 1996.

[5] S. Haller & C. Vizman, *Non-linear Grassmannians as coadjoint orbits*, Math. Ann., 329 (2004), pp. 771–785.

[6] R. S. Ismagilov, M. Losik, & P. W. Michor, *A 2-cocycle on a symplectomorphism group*, Mosc. Math. J., 6 (2006), pp. 307–315, 407.

[7] J. Kędra, *Symplectically hyperbolic manifolds*, Differential Geom. Appl., 27 (2009), pp. 455–463.

[8] J. Kędra & D. McDuff, *Homotopy properties of hamiltonian group actions*, Geom. Topol., 9 (2005), pp. 121–162 (electronic).

[9] D. McDuff, *Enlarging the Hamiltonian group*, J. Symplectic Geom., 3 (2005), pp. 481–530. Conference on Symplectic Topology.

[10] C. F. Novak, *Discontinuity-growth of interval-exchange maps*, J. Mod. Dyn., 3 (2009), pp. 379–405.

[11] L. Polterovich, *Growth of maps, distortion in groups and symplectic geometry*, Invent. Math., 150 (2002), pp. 655–686.

[12] A. G. Reznikov, *Characteristic classes in symplectic topology*, Selecta Math. (N.S.), 3 (1997), pp. 601–642. Appendix D by Ludmil Katzarkov.

[13] M. Schwarz, *On the action spectrum for closed symplectically aspherical manifolds*, Pacific J. Math., 193 (2000), pp. 419–461.

8.12.2014