

Streszczenie

W niniejszej pracy przedstawiono różne podejścia do problemów optymalnego, w sensie normy średniokwadratowej, obniżania stopnia i scalania krzywych Béziera. Oba problemy związane są z systemami projektowania wspomaganego komputerowo. W wypadku większości systemów tego typu istnieje górne ograniczenie na stopień krzywych, które mogą być tam przetwarzane. Wspomniane ograniczenia zależą od konkretnego systemu i biorąc pod uwagę dużą ich liczbę mogą różnić się one w znaczący sposób. W związku z tym, w celu wymiany danych pomiędzy systemami, konieczna jest konwersja, którą zazwyczaj można wykonać jedynie w sposób przybliżony. Dwie główne operacje tego typu to właśnie obniżanie stopnia i scalanie krzywych.

Obniżanie stopnia krzywych Béziera polega na zastąpieniu oryginalnej krzywej Béziera stopnia n , inną krzywą Béziera niższego stopnia m . Ponadto zwykle wymaga się, aby szukana krzywa spełniała pewne dodatkowe ograniczenia na końcach przedziału parametryzacji. Najczęściej są to warunki ciągłości parametrycznej lub ich uogólnienie tj. warunki ciągłości geometrycznej. Takie podejście do problemu nazywamy konwencjonalnym. Zaprezentowano algorytmy konwencjonalnego obniżania stopnia krzywych Béziera z warunkami ciągłości geometrycznej. Oprócz tego zaproponowano nowe podejście do problemu obniżania stopnia planarnych krzywych Béziera z warunkami ciągłości parametrycznej. Po raz pierwszy nałożono tzw. ograniczenia obszaru zmienności punktów kontrolnych, co przyczyniło się do otrzymania krzywych, których punkty kontrolne rozmieszczone są w sposób bardziej intuicyjny. Ten pomysł znacznie ułatwia dalsze modelowanie.

Scalanie krzywych Béziera polega na zastąpieniu dowolnej liczby sąsiadujących krzywych Béziera pojedynczą krzywą Béziera określonego stopnia. Dodatkowo nakłada się podobne ograniczenia jak w wypadku zadania obniżania stopnia. Podano algorytmy konwencjonalnego scalania krzywych Béziera z warunkami ciągłości parametrycznej i geometrycznej. Ponadto zaproponowano nowatorskie podejście do problemu scalania planarnych krzywych Béziera z warunkami ciągłości parametrycznej. Podobnie jak w wypadku obniżania stopnia, pokazano że nałożenie ograniczeń obszaru zmienności punktów kontrolnych pozwala uzyskać krzywe będące bardziej użyteczne w praktyce.

W wypadku podejść konwencjonalnych wykorzystano pewne własności tzw. dualnych wielomianów Bernsteina z ograniczeniami. W efekcie każda z zaprezentowanych metod ma najniższą złożoność obliczeniową spośród wszystkich tego typu metod.

Ograniczenia obszaru zmienności punktów kontrolnych powodują, że oba problemy znacznie trudniej rozwiązać. W tym celu można wykorzystać pewną metodę iteracyjną, którą da się znacząco przyspieszyć stosując algorytmy szybkiej konstrukcji i modyfikacji baz dualnych.

Rozdział 1 zawiera wstępne informacje. W rozdziale 2 pokazano związek pomiędzy warunkami ciągłości a szukanymi krzywymi. Pojęcie i własności baz dualnych zaprezentowano w rozdziale 3. W rozdziale 4 rozwiązano zadanie obniżania stopnia krzywych Béziera z warunkami ciągłości geometrycznej. Następnie sformułowano i rozwiązano problem obniżania stopnia planarnych krzywych Béziera z warunkami ciągłości parametrycznej i ograniczeniami obszaru zmienności punktów kontrolnych (zob. rozdział 5). W rozdziałach 6 i 7 można znaleźć metody scalania krzywych Béziera odpowiednio z warunkami ciągłości parametrycznej i geometrycznej. W rozdziale 8 sformułowano i rozwiązano problem scalania planarnych krzywych Béziera z warunkami ciągłości parametrycznej i ograniczeniami obszaru zmienności punktów kontrolnych.