



prof. dr hab. Paweł M. Idziak
Katedra Algorytmiki
Wydział Matematyki i Informatyki
Uniwersytet Jagielloński
ul. Prof. Stanisława Łojasiewicza 6
30-348 Kraków

tel.: (+48-12) 664 66 48
sekr.: (+48-12) 664 66 47
fax: (+48-12) 664 66 72
e-mail: idziak@tcs.uj.edu.pl
<http://tcs.uj.edu.pl>

Kraków, 26 listopada 2012

Recenzja rozprawy habilitacyjnej dr Barbary Majcher-Iwanow

pt. *Relacje równoważności orbit względem działań grup polskich na przestrzeniach polskich*

Na dorobek naukowy dr Barbary Majcher-Iwanow składa się 13 prac¹. Wyniki 10-ciu spośród nich zostały opublikowane po uzyskaniu stopnia doktora nauk matematycznych w Uniwersytecie Wrocławskim w 1998 roku. Cztery (samodzielne) prace stanowią rozprawę habilitacyjną:

- (H-1) Barbara Majcher-Iwanow, Eventually open actions, *Mathematical Logic Quarterly*, **58**(2012), 95–104,
- (H-2) Barbara Majcher-Iwanow, Polish group actions and effectivity, *Archive for Mathematical Logic*, **51**(2012), 563–573,
- (H-3) Barbara Majcher-Iwanow, Complexity of conjugacy classes of $A(\mathbb{Q})$, *Topology and its Applications*, **128**(2003), 173–188,
- (H-4) Barbara Majcher-Iwanow, G_δ -pieces of canonical partitions of G -spaces, *Mathematical Logic Quarterly*, **51**(2005), 450–461.

Tematyka prac dr Majcher-Iwanow to żywy nurt deskryptywnej teorii mnogości. Wpisuje się ona w program badawczy zaprezentowany w monografii Grega Hjorth'a *Classification and Orbit Equivalence Relations* wydanej przez American Mathematical Society w serii *Mathematical Surveys and Monographs*.

W skrócie, program ten domaga się pewnego rozsądnego opisu relacji równoważności E na przestrzeni X poprzez jądro pewnej funkcji $\theta : X \rightarrow I$ w pewien zbiór I (tzw. niezmienników), tzn. wymaga się by xEy wtedy i tylko wtedy, gdy $\theta(x) = \theta(y)$. Oczywiście, by taki opis relacji E był użyteczny, pożądane jest by:

- zbiór niezmienników I był dobrze opisany i w pewnym sensie naturalny,
- funkcja θ była rozsądnie powiązana (np. poprzez definiowalność) z niezmiennikami z I .

¹Według podanej przez Nią listy publikacji. Poza tymi 13-toma pracami opublikowanymi podaje Ona też 4 inne w formie preprintów.

Badania dr Barbary Majcher-Iwanow dotyczą relacji równoważności wyznaczonych przez orbity działania grup polskich na przestrzeniach polskich. Ich (w miarę jednorodny) opis poprzez funkcje ciągłe, mierzalne czy borelowskie daje lepsze zrozumienie takich G -przestrzeni polskich.

Punktem wyjścia do takich badań jest wynik Beckera i Kechrisa z ich monografii *The Descriptive Set Theory of Polish Group Action*, orzekający że gdy G jest domkniętą podgrupą grupy $Sym(\omega)$ wszystkich permutacji ω , to na G -przestrzeni polskiej X relacja orbit jest klasyfikowalna poprzez przeliczalne modele². Ten głęboki wynik jest skutkiem możliwości $Sym(\omega)$ -zanurzenia $Sym(\omega)$ -przestrzeni X w $Sym(\omega)$ -przestrzeń przeliczalnych modeli (pewnego dostatecznie bogatego, ale przeliczalnego, języka).

Z drugiej strony, możliwość charakteryzacji orbit poprzez modele przeliczalne może być zablokowana poprzez bardziej "chaotyczne" działanie grupy G , czyniąc orbity mizernymi (pierwszej kategorii Baire'a) ale gęstymi. W istocie, w sytuacji gdy G działa na X w sposób turbulentny, tzn. gdy istnieje możliwość podejścia możliwie blisko dowolnej orbity dowolną inną orbitą nawet w obrębie dowolnie wybranego otwartego podzbioru X i działając jedynie (dowolnie wybranym) otwartym fragmentem grupy G , to orbity tego działania nie mogą być sklasyfikowane modelami przeliczalnymi. Program wspomnianej monografii Grega Hjorth'a to pytanie o to, które relacje równoważności wyznaczone orbitami mogą być sklasyfikowane modelami przeliczalnymi.

W program ten wpisują się badania dr Majcher-Iwanow, tzn. próbuje Ona zrozumieć sytuacje, w których działanie grupy G jest (być może) chaotyczne ale nie-turbulentne. Podstawowym narzędziem są tu uogólnienia analizy Scott'a opisane w monografii Hjorth'a w zastosowaniu do analizy złożoności borelowskiej orbit. Zwykle uzyskanie ograniczenia na pewien parametr (zwany wysokością Scott'a) pozwala na klasyfikację orbit poprzez modele przeliczalne. Do uzyskania takiej klasyfikacji używa się wtedy systemu niezmienników, zwanym obecnie systemem Hjorth'a-Scott'a. Jednak możliwość takiej klasyfikacji jest ogólniejsza niż zupełność systemu niezmienników Hjorth'a-Scott'a. Praca (H-1) izoluje warunek równoważny zupełności systemu niezmienników Hjorth'a-Scott'a. Pokazuje się w niej, że dla ciągłego działania grupy polskiej G na przestrzeni polskiej X , systemu niezmienników Hjorth'a-Scott'a jest zupełny wtedy i tylko wtedy, gdy działanie to jest ostatecznie otwarte (*eventually open*). Wynik ten jest ciekawy, jako że pokazuje granice aplikowalności metody Hjorth'a-Scott'a. Samo pojęcie ostatecznej otwartości jest uzyskane poprzez analizę "chaotycznego" ale jeszcze nie "turbulentnego" działania grupy G . Warunek ten w istocie blokuje (i to bardzo mocno) turbulencje. Ponadto wyjaśnia, dlaczego w przypadku grupy \mathbb{R} zawsze możliwa jest klasyfikacja modelami przeliczalnymi: działanie grupy \mathbb{R}

²tzn. w roli I można wziąć przeliczalne modele pewnego (przeliczalnego) języka pierwszego rzędu, a θ jest funkcją borelowską, przy czym topologia na zbiorze modeli przeliczalnych I dana jest jako topologia produktowa, tzn. (przy założeniu, że wszystkie modele przeliczalne modele mają to samo uniwersum ω) wyznaczona przez podbazę złożoną ze zbiorów postaci $S_{R;n_1,\dots,n_k} = \{M \in I : R^M \ni (n_1, \dots, n_k)\}$, gdzie R jest jakimś (k)-argumentowym predykatem rozważanego języka, a $n_1, \dots, n_k \in \omega$

jest zawsze ostatecznie otwarte. To chyba najciekawsza z czterech prac składających się na rozprawę habilitacyjną.

Praca (H-2) dotyczy rekurencyjnego działania rekurencyjnie prezentowalnych grup polskich G na rekurencyjnie prezentowalnych przestrzeniach polskich X . Rekurencyjna prezentowalność zakłada tu istnienie przeliczalnego gęstego podzbioru, na którym kule i sfery o promieniach wymiernych są rekurencyjnie definiowalne. Analizuje się w tej pracy, w jakim stopniu orbita Gx jest wyznaczona poprzez niezmiennicze borelowskie nadzbiory $\{x\}$ o małej (hiperarytmetycznej) złożoności. Ograniczenie tej złożoności borelowskiej (wraz z elementami analizy Hjorth'a-Scott'a) pozwala na uogólnienie wyniku Barwise'a i Nadel'a. Nie jest to jednak uogólnienie głębokie. Jego uzyskanie świadczy raczej o sporej erudycji Autorki w zakresie efektywnej (rekurencyjnej) deskryptywnej teorii mnogości, niż o konieczności głębokiego wglądu w strukturalne własności rozważanych obiektów. Poza tym nie bardzo widać sens, potrzebę i motywację dla takiego uogólnienia.

Na sporą część prac dr Barbary Majcher-Iwanow można patrzeć jak na próbę przeniesienia (poprzez uogólnienie) metod teorii modeli na obszar topologii z dodatkowymi założeniami przeliczalności, w szczególności na przestrzenie polskie. Takimi są zarówno opisane wyżej prace (H-1) i (H-2) jak i pozostałe prace habilitacyjne (H-3) i (H-4). Trzeba przyznać, że często są to uogólnienia owocne.

W pracy (H-3) rozważa się działanie grupy $A(\mathbb{Q})$ odwzorowań zachowujących porządek (i wyposażonej w topologię zbieżności punktowej) na sobie poprzez sprzężenie. W tym przypadku orbitami są więc klasy sprzężenia. Praca przedstawia warunki konieczne separowalności klas sprzężenia zbiorami G_δ . W szczególności zawiera charakteryzację klas sprzężenia będących zbiorami G_δ . Rozwinięcie tej analizy orbit (klas sprzężenia) dla działania $A(\mathbb{Q})$ uzyskano w pracy (H-4), jako ilustracje (wnioski z) wyników tam uzyskanych.

Praca (H-4) rozważa możliwość przeniesienia teorio-modelowych metod i wyników z $Sym(\omega)$ -przestrzeni polskiej przeliczalnych modeli języka przeliczalnego na ogólną sytuację G -przestrzeni polskich. Punktem startowym jest tu (podobnie jak w (H-3)) pojęcie (wprowadzone przez H.Becker'a) ι -zanurzenia (uogólniającego elementarną zanurzalność) i związanego z nim podziału kanonicznego na G_δ -podzbiory. To z kolei pozwoliło Autorce na postawienie dobrej definicji kompanionu dla niezmienniczego podzbioru pewnego kawałka takiej partycji. Po zinterpretowaniu tak zdefiniowanego pojęcia kompanionu w $Sym(\omega)$ -przestrzeni przeliczalnych modeli, okazuje się, że jest to pojęcie modelowego kompanionu. Praca bada istnienie (tych nowo zdefiniowanych) kompanionów w terminach G_δ -zbiorów oraz istnienie kompanionów będących równocześnie G -orbitami i G_δ -zbiorami. Ta ostatnia sytuacja uogólnia wynik Rylla-Nardzewskiego orzekający, że teoria jest ω -kategoryczna wtedy i tylko wtedy, gdy każdy jej typ jest główny.

Na dorobek dr Barbary Majcher-Iwanow poza 4-ma pracami wchodzącymi w skład rozprawy habilitacyjnej składa się jeszcze 9 innych prac, w tym 6 datowanych po uzyskaniu stopnia naukowego doktora. Część z nich związana jest tematycznie z rozprawą

habilitacyjną. Inne są w zasadzie atakiem na różne problemy teorii modelowe (najprawdopodobniej zasłyszane na konferencjach). Używane w nich techniki są na ogół znane, a przeprowadzone rozumowania dość standardowe. Mimo tej standardowości, niektóre z tych wyników są ciekawe.

To czego brakuje mi w dorobku dr Barbary Majcher-Iwanow, to brak konsekwentnie realizowanego programu badawczego. Nawet prace stanowiące rozprawę habilitacyjną są raczej luźno ze sobą powiązane. Brakuje mi jasno naświetlonych problemów badawczych, atak na które doprowadził do bardziej szczegółowych pytań rozważanych w kolejnych artykułach. Wydaje się, że tak naszkicowanego programu badawczego oczekiwać można od każdego kandydata na samodzielny pracownika nauki – wkrótce opiekującego się młodszymi kolegami i proponującego im tematykę i problemy badawcze. Być może brak takiego programu skutkuje brakiem kierowania, czy nawet uczestnictwa w realizacji grantów badawczych (np. finansowanymi przez KBN, MNiSW, NCN).

Niepokoje również niewielki odzew wyników dr Barbary Majcher-Iwanow:

- baza *MathSciNet* podaje jedynie 15 cytowań, w tym 7 bez autocytowań, przy czym 5 z tych 7-miu "obcych" cytowań dotyczy bardzo wczesnej pracy (wspólnej z J.Cichonim, A.Krawczykiem i B.Węglorzem)
- baza *ISI Web of Knowledge* listuje jedynie 6 prac z całego Jej dorobku i podaje 6 cytowań, w tym jedynie 4 nie licząc autocytowań. Podobnie jak wyżej, te 4 "obce" cytowania dotyczą tej samej wczesnej wspólnej pracy.

Z drugiej strony, podobają mi się wyniki prac (H-1) i (H-4). Pokazują one sporą biegłość techniczną Autorki i zdolność do wychwytywania istotnych elementów w rozważanych sytuacjach. Niestety, mimo uznania dla technicznej sprawności Autorki, muszę przyznać, że trudno byłoby mi określić którąś z poddoktorskich prac dr Majcher-Iwanow mianem ekscytującej.

Od recenzenta wniosku wymaga się, by w swej opinii poza oceną rozprawy i dorobku, jednoznacznie zadeklarował czy wniosek ten popiera. Przyznaję, że w tym przypadku deklaracja taka jest bardzo trudna, gdyż nie mogę tego wniosku poprzeć bez zastrzeżeń. Może po prostu wniosek ten jest zbyt mało przekonujący bo jest zbyt wczesny. Moja ostateczna decyzja zależeć więc będzie, w pewnym stopniu, od dyskusji w Komisji. W tym momencie, przy głosowaniu nad wnioskiem wstrzymałbym się od głosu.

P.M. idg