# Autoreferat
# dr inż. Tomasz Terlikowski

**1. Posiadane dyplomy**

1) dyplom magistra inżyniera elektronika uzyskany na Wydziale Elektroniki Politechniki Warszawskiej w zakresie elektroniki: specjalność automatyka, w dniu 10 września 1976 roku

2) dyplom doktora nauk technicznych uzyskany na Wydziale Elektroniki Politechniki Warszawskiej, w dniu 25 marca 1980 roku

**2. Zatrudnienie w jednostkach naukowych**

1) 1 październik 1976 – 31 grudzień 1980 – asystent/adiunkt w Instytucie Meteorologii i Gospodarki Wodnej

2) od 1 stycznia 1981 do 31 marca 2008 – adiunkt w Instytucie Geofizyki Polskiej Akademii Nauk

3) od 1 października 2008 do 30 września 2013 - adiunkt w Uniwersytecie Kardynała Stefana Wyszyńskiego w Warszawie

**3. Wskazane osiągnięcia wynikające z art. 16 ust. 2 ustawy o stopniach naukowych oraz o stopniach i tytule w zakresie sztuki**

Wskazane osiągnięcie wynikające z art. 16 ust. 2 ustawy o stopniach naukowych oraz o stopniach i tytule w zakresie sztuki stanowi książka pod tytułem:

## Logiczna analiza procesu podejmowania decyzji

oparta na cyklu 8 artykułów w *Fundamenta Informaticae*, w latach 2001 – 2008.

T. Terlikowski

## Lista prac

[F1] T.Terlikowski. A Logical Approach to Control. Some new Logical Concepts and their Application to the Notion of Safety for Control Variants. *Fundamenta Informaticae*, 52 (4), pp. 377 - 394, October 2002.

[F2] T.Terlikowski, A Logical Approach to Control. The Concept of Inner Imlication. *Fundamenta Informaticae*, 53 (3,4), pp. 391 - 397, December 2002.

[F3] T.Terlikowski, Descriptional Independence and the Formal Definition of Sequential Control Structure. *Fundamenta Informaticae*, 54 (4), pp. 369 - 385, March 2003.

[F4] T.Terlikowski, On the Notion of Elementary Description. *Fundamenta Informaticae*, 56(4), pp. 373 - 387, August 2003.

[F5] T.Terlikowski, Risk in Control. On the Notion of Risk Function. *Fundamenta Informaticae*, 58 (2), pp. 151 - 165, November 2003.

[F6] T.Terlikowski, Risk-type Description of Control Variants. *Fundamenta Informaticae*, 58 (2), pp. 91 - 106, January 2004.

[F7] T.Terlikowski, Information in a Two-Stage Decision Process. General Idea and Classification. *Fundamenta Informaticae*, 82 (1-2), pp. 185 - 212, 2008.

[F8] T.Terlikowski, Some Issues on Inner Structure of Information. A Definition of the Decision Making Problem. *Fundamenta Informaticae*, 86 (1-2), pp. 191 - 212, 2008.

# Logiczna teoria sterowania – poprzez schematy opisów zdaniowych

Praca dotyczy formalnego ujęcia wielu podstawowych pojęć i koncepcji tworzących teorię podejmowania decyzji. Teorię tę można postrzegać jako ważną część podstaw informatyki.
W rozdziale 1 - "Wprowadzenie i podstawowe koncepcje" staramy się określić zakres tych pojęć i problemów sterowania, które zainspirowały naszą pracę. Główne tezy i problemy pracy są rozlegle i różnorodne. Staramy się opisać i rozważyć co następuje: zdefiniować koncepcję bezpieczeństwa i ryzyka w podejmowaniu decyzji, a także odpowiedzieć na pytanie: co to jest układ sterowania?
Te tezy i kwestie były głównym, ostatecznym przedmiotem naszych badań.

Rozważyliśmy więc - podając odpowiednie przykłady i twierdzenia - trzy zagadnienia:

**1)** - co znaczy ***zbiór bezpieczny*** i opis typu bezpieczeństwo – w teorii podejmowania decyzji
**2)** - jaka jest istota, w ogólności, tzw. ***układu sterowania*** (w rozdziale 6)
**3)** - na czym polega treść koncepcji ***ryzyka*** (nazywanego też tutaj „stopniem jakości").
Wprowadzona definicja ryzyka jest dosyć zawiła, a przy tym stosunkowo mało dyskryminacyjna. Dość trudno było skonstruować przykład funkcji nie będącej funkcją ryzyka (patrz przykład 27d), oraz Lemat 11 i 12).



T.Terlikowski

Jak stwierdzono w streszczeniu "Abstract", praca jest oparta na klasycznym, teorio-mnogościowym podejściu do podejmowania decyzji. Jednocześnie, bardzo ważne jest użycie metodologii logicznej i wyrażenie naszych definicji w języku logiki.
Obiektem naszego zainteresowania jest zawsze ***proces decyzyjny*** i ***wariant sterowania***; zatem od razu w rozdziale 1 oraz w rozdziale 2 charakteryzujemy te pojęcia.
Mianowicie, przez proces decyzyjny rozumiemy dowolny cig opisów czyli funkcji zdaniowych, z których każda opisuje zbiór wariantów prostych odnoszących się do kolejnego etapu procesu. Wariant prosty $X$ odpowiada jednoznacznej regule decyzyjnej czyli pewnej funkcji $X$: $Z \rightarrow M$, gdzie $Z$ jest zbiorem zakłóceń, a $M$ – zbiorem możliwych decyzji. Oczywiście, ścisłe określenie takich pojęć jak opis wariantów, możliwe jest dopiero w dalszej części pracy (rozdział 4 i dalsze); są to w istocie pojęcia metalogiczne odnoszące się do formuł (zdaniowych lub nazwowych).

"Proces decyzyjny" i "informacja", w ujęciu klasycznym, zostały najprościej określone w rozdziale 2. Jest to naturalne, ogólne teorio - mnogościowe podejście oparte na aksjomatyce **ZFS** - które zresztą zostało przez nas obmyślone na długo jeszcze przed podjęciem próby logicznego ufundowania zasadniczych pojęć. Podkreślmy, że te dwa rozdziały 2 i 3 - chociaż zawierają miejscami dość pogłębioną analizę pojęcia procesu decyzyjnego (w uproszczonym, dwu - etapowym przypadku), i pozwalają na formalne wyrażenie pojęcia informacji - mogą być pominięte przy pierwszym czytaniu. Dopiero bowiem dalsze rozdziały: rozdział 4 do 9, stanowią istotny, nowy wkład do logicznej analizy procesu decyzyjnego.

W rozdziale 2 - "Informacja w dwu-etapowym procesie decyzyjnym", precyzujemy proponowane tutaj określenie. I tak, główne pojęcie: "Informacja w procesie sterowania", jest wprowadzone w rozdziałach 2.2 i 2.3. Przesłanką zasadniczą jest obserwacja, że mamy do czynienia z wariantami jako **zbiorami** wariantów prostych. Przy tym, wybór decyzji (rozumiany jako *wybór wariantu decyzyjnego*) tym się charakteryzuje, że tylko jeden z elementów takiego wariantu, czyli jeden z odpowiadających mu wariantów prostych, będzie faktycznie zrealizowany - co odzwierciedla możliwości informacyjne i decyzyjne systemu. Owe "możliwości" są wyrażone formalnie przez daną "relację informacyjną" $\boldsymbol{\rho}$, "General case", rozdział 2.3, która ma spełniać w ogólności jedynie pewne warunki typu symetrii i spójności w przypadku tzw. informacji obiektywnej - definicje 5 i 6, w rozdziale 2.3.1. Tak więc, przez informację dla procesu dwu-etapowego rozumiemy formalnie parę uporządkowaną $< \boldsymbol{I}, \boldsymbol{\rho} >$ gdzie wartość odwzorowania $\boldsymbol{I}$ jest pewnym niepustym zbiorem wariantów prostych, zaś $\boldsymbol{\rho}$ – relacją informacyjną. Opisany schemat formalny ujęcia "informacji", w szczególności pojęcie "relacji informacyjnej", są nowymi propozycjami rozważanymi w tej pracy. Dalszy ciąg rozdziału 2, patrz przykład 5, poświęcony jest ugruntowaniu tych propozycji poprzez liczne przykłady. Warto zwrócić uwagę, że taki schemat odpowiada koncepcji sterowania optymalnego, która została sprecyzowana dalej na gruncie przedstawionego ujęcia, w postaci definicji "problemu sterowania" w rozdziale 3.4 - definicja 20 ("Two-stage decision problem"). Równocześnie - przy użyciu tych samych środków formalnych - wprowadzamy w rozdziale 2.5 odpowiedniki tzw. przyczyn i powodów ("reasons" i "causes") w procesie podejmowania decyzji. Są to, określone w definicji 8 i definicji 10 tzw. "zespoły pełne" i "zespoły kanoniczne". Podajemy ich interpretację intuicyjną i badamy ich pewne właściwości, Lemat 1 w rozdziale 2.4. Z kolei, w rozdziale 3 "Struktura wewnętrzna informacji: wybrane zagadnienia", próbujemy rozwinąć opis procesu decyzyjnego podany w rozdziale 2.4 (dotyczący zewnętrznej budowy informacji), wedle naturalnych intuicji z zagadnień sterowania. Mianowicie, wprowadzamy tzw. "Postać bazową" dla informacji - rozpatrując pewien pojęciowy odpowiednik zbioru zakłóceń, tzw. "zbiór rozszerzony zakłóceń" określony jako $Z \times \Theta$ (gdzie $\Theta$ jest zbiorem



J. Terlikowski

wszystkich zespołów pełnych). Następnie badamy tzw. "informational set" $\Omega$, będący odpowiednikiem minimalnych zbiorów obiektów (a więc podzbiorów zbioru *U*, nierozróżnialnych przez atrybuty warunkowe systemu informacyjnego w ujęciu zbiorów przybliżonych). To odnosi się do podanej interpretacji wariantów. Dzięki zdefiniowaniu tego pojęcia otrzymujemy możliwość formalnej analizy wielu praktycznych cech procesu decyzyjnego, w rozdziale 3.2.2, a mianowicie: niepewności w informacji, (definicja 15), błędu informacyjnego (definicja 14), niepewności prognostycznej (definicja 16) i pomiarowej (definicja 17). Ta pobieżna analiza w rozdziale 3.2.2 - sprowadzająca się w istocie do podania definicji i rozpatrzenia kilku przykładów, przykład 11 - wskazuje na możliwości użytego aparatu i metodologii, będąc świadectwem mocy teoretycznej przedstawionych idei.

# 1. Nowe koncepcje logiczne – implikowanie pozytywne i wewnętrzne

Następne rozdziały, od 4 do 9, są już poświęcone rozważeniu kilku ważnych pojęć z teorii podejmowania decyzji, przy użyciu metod stricte logicznych. Przedstawione tam wyniki i metodologia są oryginalnym wkładem autora. Rozpoczynamy, zgodnie ze stwierdzeniem zawartym w rozdziale 1 - "Wprowadzenie i podstawowe koncepcje", od wprowadzenia pewnych pojęć metalogicznych dotyczących wyrażeń zdaniowych w dowolnym ustalonym systemie aksjomatycznym i niesprzecznym **S**. Jest to przedmiot rozdziału 4 - "Relacja wynikania: pewne nowe koncepcje logiczne", gdzie wprowadzamy pojęcie *implikowania pozytywnego*, rozdział 4.2, definicje 24 i 25 (wraz z "odpowiedniością pozytywną", definicja 26). Następnie, w rozdziale 4.3, definicje 30 i 31, określamy *implikowanie wewnętrzne.*

Badamy wszechstronnie te dwa ważne pojęcia, które posłużą nam we wszystkich dalszych rozważaniach dotyczących procesów decyzyjnych, porównaj Proposition 3 i 7. Porównujemy je przy tym ze znanym klasycznym pojęciem implikacji "materialnej" (także implikacji na mocy danego zbioru aksjomatów *Ax*) - wskazując na istotne różnice, przykłady 13, 14 i 15. Warto podkreślić, że oba te pojęcia są dość złożone, porównaj definicję 25, i wymagają przedstawienia formuł w koniunkcyjnej postaci normalnej *KPN* (ew. dysjunkcyjnej *DPN*). Wykorzystujemy tu relacje syntaktyczne i semantyczne określone w pracach Tarskiego, Mostowskiego i Grzegorczyka. Przy tym, posługujemy się szeroko w tych definicjach syntaktycznym pojęciem **najkrótszej** *koniunkcyjnej* – $(\eta)KPN$ postaci normalnej (to samo dotyczy *dysjunkcyjnej*, czyli *alternatywnej*, *APN*) postaci normalnej, porównaj definicję 22. Ponadto, stosujemy pojęcie *podstawienia ogólnego* (definicja 21). Dalszym rozwinięciem tych syntaktycznych pojęć ogólnych jest wyrażenie *koniunkcyjnie* lub *dysjunkcyjnie zawarte* w *KPN* / *APN*, będące uogólnieniem czynnika/składnika koniunkcyjnej/alternatywnej postaci normalnej, definicje 23 i 28. Jest to pojęcie stale używane w dalszych rozważaniach nie tylko w rozdziale 4, ale także w rozdziałach 5 do 9.

## 1.1. Implikowanie pozytywne

Oba wprowadzone pojęcia: implikowanie "pozytywne" i "wewnętrzne" są pewnym pożytecznym uogólnieniem relacji konsekwencji, leżącym u podstaw logicznych systemów dedukcyjnych. Podstawowa przesłanka dla implikowania pozytywnego jest następująca:

Interesuje nas odpowiedź na pytanie: kiedy ***naprawdę*** możemy twierdzić, że pewne wyrażenie $A(x)$ systemu S opisuje obiekt mający własność $\alpha$ np. jakiś element danego zbioru, powiedzmy zbioru wariantów decyzyjnych? Odpowiedź nie jest oczywista, jako że ***prawo Dunsa Szkota*** $\neg p \rightarrow (p \rightarrow q)$ pociąga prawdziwość implikacji $A(x) \rightarrow_{Ax} \alpha(x)$ w przypadku gdy $A(x)$



J. Tenlikowski

jest sprzeczne z aksjomatami systemu S. Chcemy wykluczyć takie przypadki, po to by „$p \rightarrow_{Ax} q$" zachodziło nie dzięki temu, że $p$ jest np. sprzeczny z aksjomatami systemu S. Jak widać, to uściślone pojęcie implikowania dotyczy wyrażeń wyznaczających zbiór pusty w systemie S. (Relacja „ $\rightarrow_{Ax}$ " oznacza implikowanie na mocy formuł ze zbioru $Ax$.)
Dla wprowadzenia tych koncepcji konieczne jest najpierw określenie paru pojęć pomocniczych.

***Określenie* zawartości koniunkcyjnej:**

Dla danego q: $\Psi_A$ ($p_1 \wedge \ldots \wedge p_n$), będącego KPN$_A$ pewnego wyrażenia $A$, wyrażenie $A_K$ jest *zawarte koniunkcyjnie* w q wtedy i tylko wtedy gdy $A_K$ jest podstawieniem ogólnym formuły $\Psi_A$ ($p_k \wedge \ldots \wedge p_m$) tj. $A_K$ ma postać $\Psi^{\aleph}{}_A (p_k \wedge \ldots \wedge p_m | \mathcal{N})$, gdzie $p_k \ldots p_m$ są czynnikami q.
Ta ostatnia formuła jest tu ***podstawieniem ogólnym***, w którym występuje *układ kwantyfikatorów podporządkowany, zaś $\mathcal{N}$ jest zbiorem formuł nazwowych systemu* S.

Teraz już możemy wprowadzić podstawowe pojęcie ***implikowania pozytywnego***.

***Definicja implikowania pozytywnego*** na mocy pojedynczego wyrażenia:

Wyrażenie $P$ *implikuje pozytywnie wyrażenie* $\alpha$ *ze względu na wyrażenie* $A$, symbolicznie $(P \mid A) >\!\!>\!\!\rightarrow \alpha$ wtedy i tylko wtedy gdy:

(i) dla każdego $(\eta)$CNF$_A$ formuły $A$ istnieje $A_K$ zawarte koniunkcyjnie w $(\eta)$CNF$_A$ i takie, że $\ulcorner(P \wedge A_k) \rightarrow \alpha\urcorner \in Cn(\emptyset)$, gdzie $\ulcorner P \wedge A_k \urcorner$ jest logicznie niesprzeczne lub

(ii) $\ulcorner P \rightarrow \alpha \urcorner \in Cn(\emptyset)$ i $P$ jest logicznie niesprzeczne.

Istotą pojęcia jest niesprzeczność $\boldsymbol{P}$ z odpowiednimi częściami formuły $\boldsymbol{A}$. Reszta to ustalenie tych części. Powyższe pojęcie odpowiada intuicji *implikowania bez sprzeczności.*

W przypadku gdy zbiór $\varepsilon$ jest skończony, wystarczy użyć poprzedniej definicji poprzez zastąpienie $\boldsymbol{A}$ przez koniunkcję formuł ze zbioru $\varepsilon$, otrzymując w ten sposób przypadek już rozważony.

**Definicja *implikowania pozytywnego w zbiorze* $\varepsilon$.** Dla niepustego niesprzecznego zbioru $\varepsilon$, przyjmujemy $\mathbf{P} >\!\!>\!\!\rightarrow^{\varepsilon} \alpha$ wtedy i tylko wtedy gdy dla każdego skończonego zbioru $D$ będącego podzbiorem $\varepsilon$ jest: $(P \mid \wedge D) >\!\!>\!\!\rightarrow \alpha$.

Dla zbioru $\varepsilon$ pustego lub logicznie sprzecznego jest $P >\!\!>\!\!\rightarrow^{\varepsilon} \alpha$ wtedy i tylko wtedy gdy $\boldsymbol{P}$ jest niesprzeczny oraz $P$ ⍰ $\alpha$.

Tutaj $\wedge D$ oznacza koniunkcję wszystkich formuł ze zbioru $D$. Oczywiście dla $\varepsilon = \{A\}$, mamy $P >\!\!>\!\!\rightarrow^{\varepsilon} \alpha$ (tj. $P >\!\!>\!\!\rightarrow^{\{A\}} \alpha$) wtedy i tylko wtedy gdy $(P| A) >\!\!>\!\!\rightarrow \alpha$.

Definiujemy jeszcze ***pozytywną odpowiedniość*** w zbiorze $\varepsilon$ wyrażeń: $P_1$ ***odpowiada pozytywnie*** $\boldsymbol{P_2}$ w zbiorze $\varepsilon$ wyrażeń wtedy tylko wtedy gdy $P_1 >\!\!>\!\!\rightarrow^{\varepsilon} P_2$ i $P_2 >\!\!>\!\!\rightarrow^{\varepsilon} P_1$.
Oznaczamy tę relację $P_1$ ⍰$^{\varepsilon}$ $P_2$. Zauważmy, że jeśli $P_1, P_2$ są w relacji odpowiedniości pozytywnej w pewnym zbiorze $\varepsilon$, to *a fortiori* $P_1, P_2$ są niesprzeczne.



T. Terlikowski

Rozdział 5 - "Zastosowanie: bezpieczeństwo w podejmowaniu decyzji", jest w całości poświęcony zbadaniu pojęcia bezpieczeństwa w odniesieniu do wariantów sterowania. Podkreślmy, że rozważamy tu uproszczony przypadek procesu decyzyjnego, w którym warianty sterowania są jedno-elementowe (a więc bez niepewności, porównaj rozdziały 2 i 3): są identyczne z wariantami prostymi. Czynimy to uproszczenie celowo, aby lepiej ukazać istotę pojęcia bezpieczeństwa. W rozdziale 5 przedstawiamy **pierwsze** z uzyskanych rozwiązań, odpowiadając na pytanie: **Co oznacza bezpieczeństwo w teorii procesów decyzyjnych**?

Pierwszym stwierdzeniem jest to, że pojęcie "bezpieczeństwo" odnosić należy do **zbiorów** wariantów, a nie do pojedynczych, wyodrębnionych wariantów. W konsekwencji, pierwszą z rozważanych koncepcji jest "Safe set of variants" (Zbiór bezpieczny wariantów), rozdział 5.1, definicje 32 i 33. Łatwo pokazujemy, że pojęcie to nie jest trywialne, jako że istnieją takie zbiory wariantów, które nie są bezpieczne, przykład 17. Drugi istotny fakt jest pokazany w rozdziale 5.2 "Opis zdaniowy wariantów typu bezpieczeństwo". Dotyczy on głębokiej różnicy między teorio-mnogościowym pojęciem zbioru bezpiecznego i tzw. "opisem typu bezpieczeństwo", definicja 34, czyli pojęciem metalogicznym odnoszącym się do formuł. Co prawda, jak pokazaliśmy w Proposition 10, zbiór wariantów jest bezpieczny wtedy i tylko wtedy gdy *istnieje* opis typu bezpieczeństwo wyznaczający tenże zbiór, ale - jak wykazano w przykładzie 18 - nie każdy opis jest opisem typu bezpieczeństwo nawet jeśli wyznacza on zbiór bezpieczny. Zwróćmy uwagę, że głównym narzędziem formalnym w definicji 34 opisu typu bezpieczeństwo jest relacja implikowania pozytywnego (i odpowiedniości pozytywnej) - w zbiorze $E$ aksjomatów teorii mnogości. Dzięki temu narzędziu możemy rozważać opisy zawierające sprzeczność z aksjomatyką teorii mnogości (w przykładzie 19 b) - z aksjomatem regularności). W rezultacie, oprócz pewnego rozwiązania pierwszego problemu: "Co znaczy termin bezpieczeństwo w odniesieniu do *procesu decyzyjnego*?", pokazujemy też istotną semantyczną różnicę między obiektami i ich opisami. Te same cele będą osiągnięte również w dalszej części pracy, w przypadku badań nad terminem *ryzyko*.

## 1.2. Implikowanie wewnętrzne

Kolejne dwa rozdziały 6 i 7, mają charakter pomocniczy względem głównego nurtu rozważań w teorii procesów decyzyjnych. Przy tym, rozdział 6 "Descriptional independence" (Niezależność opisowa) jest zakończony ważną definicją dla teorii podejmowania decyzji - mianowicie formalnym określeniem układu sterowania, definicja 38. Jest to pojęcie powszechnie używane w rozważaniach z zakresu teorii sterowania, oznaczające - mniej więcej - zorganizowane wedle jakiegoś schematu narzędzie działań decyzyjnych podejmowanych przez jednostkę decyzyjną. Najpierw jednak rozważamy "niezależność opisową", rozdział 6.2; dla uproszczenia badamy te pojęcia w odniesieniu do dwu-etapowego procesu decyzyjnego. Niezależność opisowa jest terminem metalogicznym i dotyczy relacji między dwiema formułami. Jego przesłanki intuicyjne wiążą się widocznie z koncepcją układu sterowania. Użyte tu jest, wprowadzone w rozdziale 4 pojęcie "inner implication" (***implikowanie wewnętrzne***).

Najpierw określamy ***zawartość dysjunkcyjną.*** Niech $\Psi_P$ ($P^{A}$) będzie alternatywną postacią normalną wyrażenia $P$. Wyrażenie $P_A$ jest *zawarte dysjunkcyjnie* w $\Psi_P(P^{A})$ wtedy i tylko wtedy gdy $P_A$ jest podstawieniem ogólnym $\Psi_P(q_k \vee \ldots \vee q_m)$ czyli $P_A = \Psi^{\aleph}{}_P(q_k \vee \ldots \vee q_m | \mathcal{N})$, gdzie $q_k , \ldots , q_m$ są składnikami formuły $\Psi_P\, P^{A}$.

### Logiczne implikowanie wewnętrzne

$P$ ***implikuje wewnętrznie logicznie*** $\alpha$, symbolicznie $P \supset\!\!\longrightarrow \alpha$, wtedy i tylko wtedy gdy

T. Terlikowski

1. $P$ jest logicznie niesprzeczne

2. dla każdego ($\eta$)DNF ($P$) istnieje wyrażenie $P_A$ zawarte dysjunkcyjnie w tym ($\eta$)DNF ($P$) takie, że $\ulcorner P \wedge P_A \urcorner \gg\!\!\to \boldsymbol{\alpha}$ .

## Implikowanie wewnętrzne w zbiorze formuł ε

***P*** implikuje **wewnętrznie** $\alpha$ w $\varepsilon$, symbolicznie $\boldsymbol{P} \supset\!\!-\!\!\to^{\varepsilon} \boldsymbol{\alpha}$, jeśli zachodzi jeden z warunków:

(i) $P$ implikuje wewnętrznie logicznie $\alpha$: $P \supset\!\!-\!\!\to^{\varepsilon} \boldsymbol{\alpha}$ , lub :

(ii) ***P*** jest niesprzeczne i dla każdego $P'$ odpowiadającego pozytywnie ***P*** w $\varepsilon$, $P' \equiv^{\varepsilon} P$ i dla każdej ($\eta$)DNF($P'$) istnieje wyrażenie $P'_A$ zawarte dysjunkcyjnie w tej ($\eta$)DNF($P$) takie, że $\ulcorner P' \wedge P'_A \urcorner \gg\!\!\to^{\varepsilon} \alpha$. Sens "opisowej niezależności" staje się zupełnie jasny właśnie w

kontekście układu sterowania. Dobrym objaśnieniem jest analiza przykładu 20. Zaraz po tym↑ przykładzie podajemy pierwszą definicję niezależności opisowej, tzw. "weak descriptional independence" (słabej niezależności opisowej), definicja 35 w rozdziale 6.3. Szczegółowa analiza tego pojęcia jest przeprowadzona głównie poprzez zbadanie przypadku z przykładu 21.

### Definicja mocnej zależności opisowej

**Opis** $P^1(x)$ jest *mocno zależny opisowo* od opisu $P^2(x,y)$ w S, symbolicznie: $P^1(x) \uparrow P^2(x,y)$ wtedy i tylko wtedy gdy, po zastąpieniu $p(x,y)$ przez $P^2(x,y)$ lub przez $\sim P^2(x,y)$, zachodzi następujący związek :

dla każdej ($\eta$)DNF opisu $\boldsymbol{P^1(x)}$ istnieje wyrażenie $\boldsymbol{P^1}_A(x)$ dysjunkcyjnie zawarte w tej ($\eta$)DNF takie, że: $\ulcorner \boldsymbol{P^1}(x) \wedge \boldsymbol{P^1}_A(x) \urcorner \gg\!\!\to \ulcorner \exists y{:}\ p(x,y) \urcorner$

i równocześnie następujący związek zwany *warunkiem nieregularności* dla $p(x,y)$ nie zachodzi:

$$\ulcorner \boldsymbol{P^1}(x) \wedge \boldsymbol{P^1}_A(x) \urcorner \gg\!\!\to^{Ax} \ulcorner p(x,y) \to [\,(\forall x{:}\ p(x,y)) \vee (\forall y{:}\ p(x,y))\,] \urcorner$$

Definicja *opisowej niezależności*, będącej negacją związku *mocnej zależności opisowej*, stanowi niemal całą metodologiczną treść formalnej koncepcji układu sterowania. Ten ostatni jest rozumiany jako ciąg funkcji zdaniowych, który ma opisywać proces decyzyjny.
W dalszym ciągu wszelako zauważamy, że warto być może rozważać także i inną wersję niezależności opisowej - tz w. "mocną niezależność", w rozdziale 6.4. Odpowiednia definicja, definicja 37, poprzedzona jest pewnym nowym terminem: tzw. "wyrażenia logicznie zawartego" w danej formule $P$, który to termin jest słabszy od pojęcia wyrażenia dysjunkcyjnie zawartego (z rozdziału 4). Pewna porównawcza analiza obu pojęć opisowej niezależności, z definicji 35 i 37 (oraz pojęć: wyrażenia dysjunkcyjnie i logicznie zawartego) jest przedstawiona w przykładzie 23. Łatwy do ustalenia ogólny związek jest sformułowany jako Lemat 7 w rozdziale 6.4.

## 2. Definicja układu sterowania

graniczymy naszą prezentację do przypadku skończonego. Dany jest ciąg zbiorów sterowań



T. Terlikowski

$M_j$, gdzie $M_j \in M$. Następnie rozważamy ciąg opisów, $\mathcal{H}^i(Y_1, \dots Y_i)$, każdy o $i$ zmiennych wolnych:

$$< \mathcal{H}^1(Y_1), \dots, \mathcal{H}^i(Y_1, \dots, Y_i), \dots \mathcal{H}^n(Y_1, \dots, Y_n) >$$

Każdy $\mathcal{H}^i(Y_1, \dots Y_i)$ jest zwany *opisem wariantów etapowych* $Y_1, \dots, Y_i$, zaś $\boldsymbol{Y_j}$ reprezentuje wariant $j$-tego etapu czyli element $M_j{}^Z$: $\mathcal{H}^i(Y_1, \dots, Y_i) \;\; >\!\!>\!\!\rightarrow^{Ax} (Y_1 \in M^Z{}_1 \wedge \dots \wedge Y_i \in M^Z{}_i)$.

Oznaczmy:

$$P^i(Y_1, \dots, Y_i) = \mathcal{H}^i(Y_1, \dots, Y_i) \wedge [\, Y_1 \in M^Z{}_1 \wedge \dots \wedge Y_i \in M^Z{}_i \,]$$

dla $i=1, \dots, n$.

Te $P^i$ są tzw. rozszerzonymi opisami wariantów; w dalszym ciągu używać będziemy tego pojęcia. Wprowadźmy najpierw formalne uściślenie pewnych terminów dotyczących układu sterowania: mianowicie ***zredukowanych*** opisów wariantu dla $i$-tego etapu.

$$P^i(x) = \ulcorner \exists Y_1, \dots, Y_i : [\, P^i(Y_1, \dots, Y_i) \wedge [\, x = < Y_1, \dots, Y_i >] \urcorner, \quad i = 1, \dots, n,$$

$$P^{*i}(x, y) = \ulcorner \exists Y_1, \dots, Y_i : [\, P^i(Y_1, \dots, Y_i) \wedge x = < Y_1, \dots, Y_i > \wedge [y = Y_i]\,]\, \urcorner, \quad i = 2, \dots, n.$$

Te dwa opisy, $P^{*i}(x, y)$ i $P^i(x)$, są związane z opisami $\mathcal{H}^i$; jest to tylko, jak widać, pewna formalizacja. Istotą układu sterowania jest odpowiednio rozumiana niezależność opisowa, do której trzeba dodać warunek realizowalności.

## *Definicja układu sterowania:*

Ciąg opisów $< \mathcal{H}^1 \dots \dots \mathcal{H}^n >$ jest nazywany ***sekwencyjnym układem sterowania*** wtedy i tylko wtedy gdy każdy $\mathcal{H}^i$ jest opisem wariantu dla $i$-tego etapu, oraz następujące dwa warunki są spełnione

- ***Realizowalność*** :

$$\ulcorner P^i(Y_1, \dots, Y_i) \urcorner \;\; >\!\!>\!\!\rightarrow^{Ax} \;\; \ulcorner \exists\, Y_{i+1} : P^{i+1}(Y_1, \dots, Y_i, Y_{i+1}) \urcorner$$

- ***Opisowa niezależność*** każdej pary ***zredukowanych*** opisów:

$$P^i(x) \;\neg\!= \; P^{*(i+1)}(x, y)$$

dla $i = 1, \dots, n\text{-}1$.

Dopiero po tej analizie logicznej przechodzimy do ścisłego ujęcia "Sekwencyjnego układu sterowania" (Sequential Decision Structure), definicja 38, rozdział 6.5. W tym ujęciu układ sterowania jest ciągiem opisów dla decyzji na poszczególne etapy sterowania czyli (formalnie) procesem decyzyjnym. Ale ten ciąg opisów ma spełniać pewne warunki, z których najistotniejszym jest "niezależność opisowa" (descriptional independence) dla kolejnych opisów. I tak, "sekwencyjny układ sterowania" charakteryzuje się przede wszystkim specyficznie rozumianą niezależnością decyzyjną, która - z grubsza biorąc - oznacza, że decyzja podejmowana w danym etapie nie może uwzględniać warunków, według których będzie podejmowana decyzja na następny etap. Posługujemy się tu definicją 35 (lub definicją 37) niezależności opisowej. W ten sposób dostajemy odpowiedź na **drugi** z badanych tu problemów: "**Co to jest układ sterowania?**".

J. Tarlikowski

## 3. Określenie pomocnicze: *opis elementarny*

Podobnie do rozdziału 6, także rozdział 7, "Opis elementarny" ma charakter pomocniczy. Rozważane w nim pojęcie jest metalogiczne: odnosi się do wyrażeń zdaniowych będących w intencji opisami pewnej funkcji, istotnej w określeniu tzw. funkcji ryzyka; która z kolei będzie badana w dwóch kolejnych rozdziałach. Owa "formuła elementarna" opisuje funkcję (a w ogólniejszym przypadku relację) - w taki sposób, że pewne ważne konstrukcje teorio-mnogościowe nie są używane w takim opisie. Z grubsza biorąc, porównaj definicję 39, rozważana formuła nie może implikować wewnętrznie (na mocy samej teorii mnogości) tego, iż opisywany obiekt, czyli wartość funkcji, zawiera jakieś elementy. Jest to mocniejsza wersja, tzw. "absolutna elementarność" (absolute elementariness) pojęcia elementarności opisu, które to pojęcie jest bardzo ważną częścią definicji ryzyka, a przy tym ma szersze, "teorio-mnogościowe" znaczenie. Badanie tego pojęcia, także ze względu na użyty w sposób istotny zbiór aksjomatów **ZFS**, jest prowadzone poprzez liczne przykłady. Szczególnie przykład 25 jest bardzo rozbudowany; w jednym z analizowanych w nim przypadków mamy do czynienia z formułą (opisem), która nie jest "absolutnie elementarna"; dowód tego faktu jest dość złożony, Lemat 8 i 9. Dalsze przypadki w przykładzie 25 pokazują rolę poszczególnych elementów występujących w definicji 39; w końcu, w Lemacie 10 rozpatrujemy zależność klasy opisów elementarnych od przyjętego w **S** zbioru aksjomatów. Następnie rozpatrujemy też elementarność w sensie szerszym niż ten, który jest uwzględniony w definicji 39. Mianowicie, przypomniawszy pojęcie relacji ancestralnej właściwej, definicja 41, wprowadzamy tzw. "opis elementarny w szerszym sensie" („elementary in wider sense"), definicja 42. Ta wersja pojęcia w większym stopniu zależy od przyjęcia, iż odnosi się ono do tzw. "opisu funkcyjnego". Wymagamy teraz, by formuła nie wyznaczała zbioru, który jest zbudowany z argumentu opisywanej funkcji. Krótka analiza, zakończona porównaniem obydwu rozważanych wersji elementarności, Twierdzenie 2, jest uzupełniona jeszcze paroma przykładami, przykład 26.

### Opis absolutnie elementarny

Definiujemy to pojęcie w możliwie ogólny sposób, niezależnie od *funkcyjności opisu*. To znaczy, rozważamy formułę $\varphi(u,\mu)$ jako opis pewnej relacji, niekoniecznie funkcji. Tak więc, chociaż intuicyjna motywacja pochodzi od opisów funkcyjnych, to pewne specjalne założenia będą teraz pominięte. Pozwoli to jaśniej ukazać logiczną istotę koncepcji elementarności. Następująca pierwsza wersja określa węższą klasę opisów elementarnych.

**Def: Opis absolutnie elementarny:**

Formuła $\varphi(u,v)$ jest opisem *absolutnie elementarnym* zmiennej $v$ *wtedy i tylko wtedy* gdy istnieje formuła $\varphi'(u, v)$ odpowiadająca pozytywnie $\varphi(u, v)$, względem $E$,

$$\varphi'(u, v) \equiv^E \varphi(u, v)$$

taka, że dla pewnej $(\eta)$DNF tej $\varphi'(u, v)$ oraz *dla każdego* wyrażenia $\varphi'_A(u, v)$ dysjunkcyjnie zawartego w tej $(\eta)$DNF wyrażenia $\varphi'(u, v)$, formuła

$$\overset{*}{\varphi}(u,v) = \ulcorner \varphi'(u, v) \wedge \varphi'_A(u, v) \urcorner$$

spełnia następujący związek:

*jeśli* $\qquad \overset{*}{\varphi}(u,v) \gg\!\!\rightarrow^E \ulcorner \exists\eta: \eta \in v \urcorner,$

J. Tenikowski

*to* $\qquad \varphi^{*}(u,v) >\!\!>\!\!\rightarrow^{Ax} \ulcorner \exists c: v = \{c\} \urcorner$.

Jak widać, wyłączamy pewne przypadki implikowania wewnętrznego w *E* formuły " $\exists\eta : \eta \in \upsilon$ " przez opis $\varphi\ (u,v)$.
Cytowana formuła stwierdza przynależność pewnego obiektu do zbioru *v*. Naszą intencją jest by taka konstrukcja nie występowała w opisie *zmienności* definiowanej funkcji. Formuła ta jest formalnym zapisem wszystkich przypadków (wyjątków) gdy użycie teoriomnogościowych konstrukcji będzie uważane za *usprawiedliwione*.

Przedstawmy również uproszczoną definicję absolutnej elementarności gdzie ten **warunek usprawiedliwiający** nie jest wzięty pod uwagę. W tej wersji podkreślamy jeden, najważniejszy aspekt: nieimplikowanie wewnętrzne pewnej teoriomnogościowej relacji w opisie $\varphi(u, v)$.

**Uproszczona definicja absolutnej elementarności**
Formuła $\varphi(u,v)$ jest opisem *absolutnie elementarnym* zmiennej *v wtedy i tylko wtedy* gdy
$$\varphi(u, v) \quad (\neg\!\supset\!\!\rightarrow^{E}) \quad \ulcorner \exists\eta:\ \eta \in v \urcorner,$$

gdzie „ $(\neg\!\supset\!\!\rightarrow^{E})$ " oznacza negację wewnętrznego implikowania w zbiorze formuł *E*.

## 4. „Ryzyko" – pojęcie funkcji ryzyka

Końcowe dwa rozdziały, 8 i 9, są poświęcone formalnej analizie pojęcia ryzyka w teorii podejmowania decyzji. Pojęcie to, wprowadzone w wielu pracach z dziedziny teorii sterowania i jej zastosowań, było badane m.in. w odniesieniu do wielo-zbiornikowych systemów wodnych. Korzystamy tu najpełniej z rozwiniętej wcześniej metodologii (rozdział 4) i zbadanych już pojęć pomocniczych (rozdział 7). W rozdziale 8.2, "Funkcja ryzyka od wariantów decyzyjnych" omawiamy intuicyjne podstawy rozumienia ryzyka i - po sprecyzowaniu paru niezbędnych terminów: "operator prosty" i "jednostkowa funkcja informacyjna", definicja 43 - podajemy definicję "funkcji ryzyka" w definicji 45. Jest to jeden z najważniejszych wyników tej pracy. Sens tej definicji może być streszczony następująco:

- funkcja *R* określona w zbiorze wariantów jest **funkcją ryzyka**, gdy jest ona złożeniem odwzorowania informacyjnego typu "operator prosty", z pewną tzw. "funkcją pośrednią" - która z kolei ma być niezmiennicza względem kolejności rozpatrywania zakłóceń, czyli elementów zbioru **Z**.

Dodatkowo, żądamy, by występująca w niej funkcja typu "operator prosty" była wyznaczona przez *pewien* opis elementarny (patrz rozdział 7). A zatem, pojęcie z definicji 46 (funkcja ryzyka) - mimo, że ostatecznie odnosi się do obiektu z systemu **S** (jest to teorio-mnogościowa definicja), nie może się obyć bez pewnych metalogicznie sformułowanych warunków. Jest to definicja dosyć zawikłana, ale dopiero ona pozwala w pełni scharakteryzować dość subtelną istotę pojęcia "funkcji ryzyka". Dzięki temu udało się wyodrębnić z tego pojęcia wszystkie właściwe przypadki (a nie tylko tradycyjnie rozumiane "prawdopodobieństwo niekorzystnego efektu" – choć również i taki). Obejmuje wszelako ta definicja i inne przypadki, także i te dość niespodziewane przy tym tradycyjnym rozumieniu, a więc np. typu "$\sup_{z\in Z}$", patrz przykład 27 c). Ważne jest również to, że jest to definicja nietrywialna, o czym świadczy przypadek z przykładu 27 d), gdzie badana funkcja



T. Terlikowski

***nie jest*** funkcją ryzyka. Dość złożone rozważania dla tego przypadku (patrz Lemat 11) posługują się analizą syntaktyczną wyrażeń, w której bardzo pomocne jest przedstawienie formuły w postaci *skolemowej*, Twierdzenie 3.

**Definicja** [funkcja stopnia jakości]
Funkcja $R$ określona w $M^Z$ jest *funkcją stopnia jakości (ryzyka)* jeśli istnieje opis funkcyjny $h_\varphi$ $(z,m,v)$ od 3 zmiennych wolnych, elementarny ze względu na 3[cią] zmienną oraz *funkcja pośrednia* $R^*$, takie że spełnione są dwa warunki:

a) **relacja konstrukcyjna:**

$$\ulcorner v = R(\mathrm{Y}) \urcorner \equiv^{Ax} \ulcorner v = R^*(\Phi(\mathrm{Y}))\urcorner ,$$

gdzie $\Phi$ jest operatorem prostym generowanym przez opis $h_\varphi$, zaś

b) funkcja $R^*$ spełnia następujący **warunek niezmienniczości:**

$$\ulcorner v` = R^*(F) \wedge v`` = R^*(F \circ B)\urcorner \equiv^{Ax} \ulcorner v` = v``\urcorner$$

gdzie $B$ jest bijekcją należącą do zbioru $B_Z$ ($B_Z$ jest zbiorem wszystkich bijekcji $B$: $Z \to Z$) zaś "$F \circ B$" jest złożeniem funkcji $F$ z funkcją $B$, to jest $\forall z \in Z : (F \circ B)(z) = F(B(z))$ .

Funkcja ryzyka określa budowę i własności tych funkcji wariantów, które podpadają pod sens intuicyjny pojęcia *funkcji ryzyka.* Jest to teoriomnogościowe podejście do *koncepcji ryzyka.* Nie ograniczamy się przy tym do pojęć systemu S i stosujemy pewne pojęcie metalogiczne: opis elementarny $h_\varphi$ $(z,m,v)$.

Sens warunków a) i b) w definicji funkcji ryzyka mogą być wyrażone jak następuje:
- relacja konstrukcyjna: $R(F) = R^*(\Phi(\mathrm{Y}))\urcorner$
- warunek niezmienniczości: $R^*(\Phi(\mathrm{Y})) = R^*(\Phi(\mathrm{Y}) \circ B)$,

gdzie $\Phi$ jest operatorem prostym generowanym przez elementarny funkcyjny opis $h_\varphi$ $(z,m,v)$ zaś $B$ jest dowolną bijekcją nad $Z$. Zgodnie z tą definicją, pojęcie jest zbudowane z trzech koncepcji; i można je streścić następująco:

- funkcja $R$ stopnia jakości (ryzyka) jest *złożeniem* dwóch odwzorowań: odwzorowania informacyjnego $\Phi$, które określa *informację* $F$ dla dowolnego wariantu $Y$, $\Phi(Y) = F$, z pewną zewnętrzną funkcją $R^*$ zwaną *pośrednią*, oceniającą wartość ryzyka na podstawie tej *informacji* $F$:
- odwzorowanie informacyjne $\Phi$ (które określa elementarną informację) jest *prostym operatorem* generowanym przez pewien *elementarny* opis $h_\varphi$ $(z,m,v)$
- funkcja $R^*$ określająca wartość ryzyka, jest *niezmiennicza* względem *kolejności rozważania* zakłóceń – w informacji $F$ określonej przez operator $\Phi$, $F = \Phi(\mathrm{Y})$.

Następny rozdział, rozdział 9, "Opis typu ryzyko", jest już całkowicie poświęcony analizie logicznej pojęcia ryzyka w odniesieniu do formuł zdaniowych. Chodzi - analogicznie jak w rozdziale 5 w stosunku do "bezpieczeństwa" - o ustalenie warunków, jakie ma spełniać *opis* wariantów, aby był on "typu ryzyko". Zgodnie z intencją, taki opis wyznacza w systemie **S** funkcję ryzyka, porównaj twierdzenie 4, jednakże nie wyczerpuje to treści pojęcia z definicji 49 (opisu typu ryzyko). Chodzi o coś więcej, mianowicie o to, by taki opis wyrażał pewne cechy wariantów w



T.Terlikowski

sposób "logicznie oczywisty" (używamy w tym celu pojęć logicznych z Rozdziału 4). Dlatego też nie każdy opis pewnej funkcji od wariantów, nawet takiej, która jest funkcją ryzyka, jest opisem typu ryzyko. Pokazuje to (dość złożona) analiza z przykładu 28 b), patrz Lemat 12. Ostateczny wniosek, sformułowany pod koniec rozdziału 9.4 "Pewne uwagi metodologiczne na temat koncepcji ryzyka", precyzuje wzajemne odniesienie metalogicznego pojęcia z definicji 49 i teorio-mnogościowego terminu "funkcja ryzyka" - stwierdzając, że dana funkcja od wariantów sterowania jest funkcją ryzyka wtedy i tylko wtedy gdy *istnieje* pewien opis typu ryzyko, który wyznacza tę właśnie funkcję. Dopiero wtedy pojęcie ryzyka w procesie decyzyjnym (używane dotąd w tej dziedzinie dość swobodnie i mało precyzyjnie) zostaje scharakteryzowane w dostateczny sposób. Jest to odpowiedź na **trzecie** z postawionych pytań: "**Co oznacza termin** *ryzyko* **w przypadku** *podejmowania decyzji*?".

## 5. Główne zagadnienia rozważane w pracy

Podsumujmy raz jeszcze główne problemy rozważone i rozwiązane w tej pracy, oraz ich związek z dotychczasową literaturą przedmiotu.

**1)** Gdy chodzi o **pierwsze pytanie**: pojęcie bezpieczeństwa w sterowaniu było używane dotąd w literaturze przedmiotu jedynie intuicyjnie, obrazowo, charakteryzując w sposób potoczny pewne właściwości i charakter opisu - dla pożądanych rozwiązań zadania sterowania (celu sterowania). Dopiero tutaj zastanowiliśmy się dogłębnie i wszechstronnie nad jego przedmiotem i treścią. Co do przedmiotu: dotyczy ono wariantów - ale nie pojedynczych wariantów, lecz ich zbiorów. Co zaś do treści, jest ona dwojaka. Treść teorio-mnogościowa jest prosta, polega na określeniu zbioru bezpiecznego wariantów, czyli funkcji $Y\colon Z \to M$, w dziedzinie $Z \times M$. Treść zaś logiczna jest w istocie ta sama, tylko wyrażona w kategoriach logiki (formuł zdaniowych): opis ma stwierdzać to, że funkcja leży w zbiorze bezpiecznym.

**3)** Co do **trzeciego pytania**, pojęcie ryzyka używane było dotąd tak samo niejasno i potocznie, jak i "bezpieczeństwo". Tutaj ustaliliśmy jego istotę, dość złożoną. Sprowadza się ona do:

(i) określenia ***budowy*** funkcji ryzyka, jako pewnego złożenia (wprowadzamy tu pomocnicze terminy *operatora prostego* i *funkcji pośredniej*)

(ii) warunku ***niezmienniczości*** dla tzw. relacji pośredniej, względem $z$

(iii) metalogicznie określonego warunku ***elementarności***, dla formuły definiującej jednostkową funkcję informacyjną $\varphi$.

Dzięki temu mogliśmy byli odejść od przyjętych powszechnie, zdrowo-rozsądkowych określeń typu "prawdopodobieństwo niekorzystnego efektu" - które mają mało wspólnego z matematyczną treścią *ryzyka* (porównaj przypadek "$\max\{Y(z)\colon z \in Z\}$").

**2)** Gdy chodzi zaś o **pytanie drugie** (o układ sterowania) - kierowaliśmy się przyjętą w automatyce treścią terminu "decision structure". Zawsze to pojęcie (patrz Findeisen, Malinowski) było stosowane jako pewien skrót językowy. Tymczasem jego treść daje się ująć poprzez stosowną analizę logiczną opisów; w niej zaś najważniejsze, decydujące znaczenie ma *niezależność opisowa.*

## 6. Ogólno – logiczne podstawy badań

Poza tym przeprowadziliśmy w pracy pewne badania ogólno-logiczne. Ich wynikiem jest analiza kilku nowych terminów:

S.Terlikowski

- ***implikowanie pozytywne, wewnętrzne, niezależność opisowa, opis elementarny***.

W związku z tymi pojęciami rozpatrywaliśmy budowę logiczną wyrażeń, w szczególności ich postać normalną. Wprowadzonych zostało przy tym kilka pojęć ogólno-logicznych:

- ***podstawienie ogólne***, ***wyrażenie koniunkcyjnie/dysjunkcyjnie zawarte*** w postaci normalnej.

Wydaje się, że badania te wnoszą coś istotnego do logiki wyrażeń. Bez wątpienia, są one inspirowane dążeniem do konkretnych ustaleń wynikłych z potrzeb teorii sterowania, a konkretnie - poszukiwaniem odpowiedzi na **pytanie pierwsze, drugie i trzecie.**
Chcielibyśmy tu podkreślić, że jednym z głównych zamierzeń było zdefiniowanie paru pojęć powszechnie używanych, lecz słabo sprecyzowanych. Używamy przy tym tych samych nazw co intuicyjnie stosowane w różnych gałęziach nauki. Nasze definicje okazują się bowiem być zgodne ze znaczeniem intuicyjnym pojęć, jak zostało to pokazane w przedstawionej analizie. Zauważmy w związku z tym, że praca ma głównie ***aspekt definicyjny***: konstruujemy **definicje projektujące**, a nie ***sprawozdawcze*** - i to jest główne osiągnięcie pracy. Nie tyle odnosimy się do stanu literatury, co do faktu, że odpowiednich, precyzyjnych definicji w ogóle jeszcze nie było.

Ta praca jest oryginalnym, nowatorskim ujęciem tych pojęć, które chcieliśmy rozważyć w postawionych pytaniach **1, 2, 3**. Także i metodologia podejścia jest dość nowatorska: jest ona oparta na wyróżnieniu odpowiednich części formuły, co samo w sobie nie jest niczym nowym. Wszelako, interpretacja, nazwanie pewnych związanych z nimi relacji, jest właśnie nowym podejściem, którego dotąd w literaturze nie było. Jest to więc nowość w 80% , o ile można mi to oceniać.



J. Terlikowski

## REFERENCJE


[1] Z. Adamowicz, P. Zbierski. *Mathematical logic* (in Polish). PWN, Warszawa, 1991.

[2] S. Banach. *Sur les opérations dans les ensembles abstraits et leur application aux équations intégrales*. Fundamenta Mathematicae, vol. 3, 1922.

[3] L. Borkowski. Formal Logic (in Polish). PWN, Warsaw, 1982.

[4] R. Engelking. General Topology (in Polish). Mathematical Library, vol. 47, PWN, Warsaw, 1975.

[5] W. Findeisen. *Multilevel Control Systems* (in Polish). PWN, Warszawa, 1973.

[6] A. Grzegorczyk. *An Outline of Mathematical Logic* (in Polish). Mathematical Library, vol. 20, PWN, Warsaw, 1981.

[7] G. Hunter. *Metalogic* (transl. into Polish). PWN, Warsaw, 1982.

[8] K. Kuratowski. *Introduction into Set Theory and Topology* (in Polish). Mathematical Library, vol. 9, PWN, Warsaw, 1975.

[9] S. Leśniewski. *Foundations of the General Theory of Sets. I.* In *Stanislaw Lesniewski: Collected works* (2 Vols.) Dordrecht-Boston-New York, 1988.

[10] S. Łojasiewicz. *Introduction into Real Functions Theory* (in Polish). Mathematical Library, vol. 46, PWN, Warsaw, 1976.

[11] S. Mitra, A.K. Pal, M. Banerjee. *Rough Fuzzy Knowledge-Based Network - A Soft Computing Approach*. In A. K. Pal and A. Skowron [14].

[12] K. Kuratowski and A. Mostowski. *Set Theory* (in Polish). Monografie Matematyczne, vol. 27, PWN, Warsaw, 1978.

[13] A. Mostowski. *Mathematical Logic* (in Polish). Monografie Matematyczne, vol. 18, Warsaw-Wrocław, 1948.

[14] A.K. Pal and A.Skowron (editors). *Rough Fuzzy Hybridization. A New Trend in Decision Making*. Springer Verlag Singapore Pte. Ltd. 1999.

[15] Z. Pawlak. *Rough sets - Theoretical Aspects of Reasoning about Data.* Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 1991.

[16] Peters, J.F.: Rough ethology: Towards a biologically-inspired study of collective behavior in intelligent systems with approximation spaces. LNAI **3400**, *Transactions on Rough Sets* **III**: 153-174, Springer, Heidelberg, 2005.

[17] Polkowski, L. and Skowron, A.: Rough mereology: A new paradigm for approximate reasoning. *Int. J. Approximate Reasoning* **15/4** (1996) 333--365

[18] Polkowski, L. and Skowron, A.: Rough mereological calculi of granules: A rough set approach to computation. *Computational Intelligence* **17**(3) (2001) 472--492

[19] L. Polkowski. *Mathematical morphology of rough sets.* Bull. Polish Acad. Ser. Sci.




J. Terlikowska

Math., vol. 41(3), 1993.

[20] L. Polkowski. *Approximate mathematical morphology, rough set approach.* In A. K. Pal and A. Skowron [15].

[21] L. Polkowski. *Rough Mereology: Approximate Synthesis of Objects.* In A. K. Pal and A. Skowron [15].

[22] L. Polkowski and A. Skowron (eds.). *Rough Sets in Knowledge Discovery and Data Mining. Methodology and Applications.* Springer Physica Verlag, 1998.

[23] W. van Orman Quine. *Philosophy of Logic.* Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NY, 1973. (Polish transl. PWN, Warszawa, 1977).

[24] H. Rasiowa. *Introduction into Contemporary Mathematics* (in Polish) Mathematical Library, vol. 30, PWN, Warsaw, 1971.

[25] H. Rasiowa and R. Sikorski. *The Mathematics of Metamathematics.* Monografie Matematyczne, vol. 41, PWN, Warszawa, 1963.

[26] H. Rasiowa. *On approximation logic. A survey.* Jahrbuch 1990 Kurt Gödel Gesselschaft, Vienna.

[27] C. Rauszer and A. Skowron. *The Discernibility Matrices and Functions in Information Systems.* In (Slowinski R. editor) Intelligent Decision Support - Handbook of Applications and Advances of the Rough Sets Theory. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 1992.

[28] A. Rutkowski. *Elements of mathematical logic* (in Polish). Biblioteczka Matematyczna, Warszawa, 1978.

[29] A. Skowron. The rough sets theory and evidence theory. *Fundamenta Informaticae*, vol. 13, 1990.

[30] J. Słupecki. *Towards a Generalized Mereology of Leśniewski.* STUDIA LOGICA, vol.VIII, PWN, 1958.

[31] J. Słupecki and L. Borkowski. *Elements of Mathematical Logic and Set Theory* (in Polish). PWN, Warsaw, 1984.

[32] E. D. Sontag. *Mathematical Control Theory.* Springer Verlag, New York, 1998.

[33] S.J. Surma, J.T. Srzednicki, D.I. Barnett and V.F. Rickey (eds.). *Stanislaw Leśniewski: Collected works (2 Vols.)* Dordrecht-Boston-New York, 1988.

[34] A. Tarski. *Logico-philosophical Writings.* Vol. 1: *Truth* (in Polish). PWN, Warsaw, 1995.

[35] A. Tarski. *Logico-philosophical Writings.* Vol. 2: *Metalogic* (in Polish). PWN, Warsaw, 2001.

[36] A. Tarski. *Introduction to Logic* (in Polish, first edition 1936). Philomat, Warsaw, 1996.

[37] T. Terlikowski. *Information in Two-Stage Control - a General Concept and Classification* Attempt (manuscript in Polish). Institute of Geophysics of PAS, 1981.



T. Terlikowski

[38] T. Terlikowski. *Analyse de Certaines Notions de la Théorie de Commande à travers un Exemple du Problème de Commande Sûre* (in French). Report of LAAS du CNRS, Toulouse, 1984.

[39] T. Terlikowski, *Two-layer control concept - An attempt to a general formal description*, 4th IFAC/IFORS *Symp. Large Scale Systems: Theory and Applications*, Zurich, 1986.

[40] T. Terlikowski, *On Definition of Two Notions Related to the Safety and Risk in Formal Control Theories* (manuscript in Polish). Institute of Geophysics of PAS, 1990.

[41] T. Terlikowski, *The notion of sequential control structure - a general formal analysis*, IMACS Int. Workshop on Decision Support Systems and Qualitative Reasoning, Toulouse , France, 1991.

[42] T. Terlikowski. << ABC >> - On the Use of Normal Forms of Sentential Expression for Defining Certain Notions (*related to control theory*) (manuscript in Polish). Institute of Geophysics of PAS, Warsaw, 1999.

[43] T. Terlikowski. A Logical Approach to Control. Some New Logical Concepts and Their Application to the Notion of Safety for Control Variants. *Fundamenta Informaticae*, 52(4), October 2002.

[44] T. Terlikowski. A Logical Approach to Control. The Concept of Inner Implication. *Fundamenta Informaticae*, 53(3,4), 2002.

[45] T. Terlikowski. Descriptional Independence and the Formal Definition of Sequential Control Structure. *Fundamenta Informaticae*, 54(4), March 2003.

[46] T. Terlikowski. On the Notion of Elementary Description. *Fundamenta Informaticae*, 56(4), August 2003.

[47] T. Terlikowski. Risk in Control. On the Notion of Risk Function. *Fundamenta Informaticae*, 58(2), December 2003.

[48] T. Terlikowski. Risk-type Description of Control Variants. *Fundamenta Informaticae*, 59(1), January 2004.

[49] T. Terlikowski. The Reachable Sets Concept - a general abstract analysis. *Control and Cybernetics*, 32(4), 2003.

[50] T. Terlikowski. The reachable sets concept applied to a class of min-max optimization problems. *Archives of Control Sciences*, 13(1), 2003.

[51] A. Wierzbicki. A Mathematical Basis for Satisfying Decision Making. *Mathematical Modeling*, Vol.3, 1962.

[52] W. Żakowski. On a concept of rough sets. *Demonstratio Mathematica*, vol. XV, 1982.

T. Terlikowski

**Wykaz opublikowanych prac:**

[1] T. Terlikowski. A Logical Approach to Control. Some New Logical Concepts and Their Application to the Notion of Safety for Control Variants. *Fundamenta Informaticae*, 52(4), October 2002.

[2] T. Terlikowski. A Logical Approach to Control. The Concept of Inner Implication. *Fundamenta Informaticae*, 53(3,4), 2002.

[3] T. Terlikowski. Descriptional Independence and the Formal Definition of Sequential Control Structure. *Fundamenta Informaticae*, 54(4), March 2003.

[4] T. Terlikowski. On the Notion of Elementary Description. *Fundamenta Informaticae*, 56(4), August 2003.

[5] T. Terlikowski. Risk in Control. On the Notion of Risk Function. *Fundamenta Informaticae*, 58(2), December 2003.

[6] T. Terlikowski. Risk-type Description of Control Variants. *Fundamenta Informaticae*, 59(1), January 2004.

[7] T. Terlikowski. The Reachable Sets Concept - a general abstract analysis. *Control and Cybernetics*, 32(4), 2003.

[8] T. Terlikowski. The reachable sets concept applied to a class of min-max optimization problems. *Archives of Control Sciences*, 13(1), 2003.

T. Terlikowski